

J. WELSCH

Démonstration élémentaire d'un théorème de Monge

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 9
(1870), p. 123-124

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__123_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DEMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE D'UN THÉORÈME DE MONGE ;

PAR M. J. WELSCH,

Elève de l'École Polytechnique.

THÉORÈME. — *La sphère est la seule surface dont tous les points sont des ombilics, ou, ce qui revient au même, la sphère est la seule surface sur laquelle une courbe quelconque soit une ligne de courbure.*

Pour le démontrer je m'appuierai sur cette remarque évidente :

Il existe une infinité de surfaces développables dont les génératrices sont normales à une même courbe ; mais si l'on prend pour première génératrice d'une de ces sur-

faces, l'une quelconque des normales menées à la courbe en un point déterminé, cette normale n'appartiendra qu'à l'une des surfaces en question. Par suite, si l'on sait que deux de ces surfaces ont une génératrice en commun, on en conclura qu'elles sont identiques.

Cela posé, soient A et B deux points quelconques pris sur la surface ; par la normale (N) en A et par le point B faisons passer un plan, ce plan déterminera sur la surface une courbe normale à (N) et passant en B.

Cette courbe doit être une ligne de courbure de la surface ; les normales à la surface en ses différents points appartiennent donc à une surface développable, qui est une de celles dont j'ai parlé ; d'ailleurs, le plan de la courbe est aussi une de ces surfaces ; comme elles ont une génératrice commune (N), elles coïncident, et, par suite, la normale en B à la surface rencontre la normale en A.

Si l'on prend un point C en dehors du plan considéré, la normale en ce point, devant rencontrer les normales en A et B, doit passer par le point O de concours de ces deux droites ; toutes les normales concourent donc au même point O, et la surface est une sphère ayant son centre en ce point.