

JOSEPH JOFFROY

Démonstration de la formule $a - \sin a < \frac{a^3}{4}$

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 8
(1869), p. 42-43

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__42_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1869, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DEMONSTRATION DE LA FORMULE

$$a - \sin a < \frac{a^3}{4};$$

PAR M. JOSEPH JOFFROY,
Ancien élève de l'École Polytechnique.

Soit $ADM = a$ l'arc considéré moindre que π (*). Le secteur AOM est exprimé par $\frac{a}{2}$, le triangle $AOMC$ est

*) Le lecteur est prié de faire la figure.

exprimé par $\frac{1}{2} \sin a$; donc

$$a - \sin a$$

représente le double de l'aire du segment MDAC. Remarquons que le rectangle $\overline{MA} \cdot \overline{CD}$ est supérieur au segment de cercle, donc

$$a - \sin a < 2 \overline{MA} \cdot \overline{CD};$$

de là nous tirons

$$\begin{aligned} a - \sin a &< 2 \times 2 \sin \frac{a}{2} \left(1 - \cos \frac{a}{2} \right) \\ &< 8 \sin^2 \frac{a}{2} \sin^2 \frac{a}{4} \\ &< 8 \frac{a}{2} \frac{a^2}{4^2} \\ &< \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$

Cette démonstration, en grande partie géométrique, nous paraît plus facile à comprendre et à retenir que la démonstration classique.
