Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 8 (1869), p. 143-144

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__143_1>

QUESTIONS.

925. Démontrer qu'en développant, suivant les puissances ascendantes de λ, la quantité

$$\frac{x + \frac{\lambda}{1} + \frac{\lambda^2}{1.2}x + \frac{\lambda^3}{1.2.3} + \frac{\lambda^4}{1.2.3.4}x + \ldots}{1 + \frac{\lambda}{1}x + \frac{\lambda^2}{1.2} + \frac{\lambda^3}{1.2.3}x + \frac{\lambda^4}{1.2.3.4} + \ldots}$$
$$= \frac{e^{\lambda}(1+x) - e^{-\lambda}(1-x)}{e^{\lambda}(1+x) - e^{-\lambda}(1-x)},$$

le coefficient de λ^n est un polynôme L_n du $n^{ième}$ degré en x, contenant le facteur $x^2 - 1$, et que l'équation

$$\frac{L_n}{x^2 - 1} = 0$$

a toutes ses racines réelles, inégales et comprises entre -1 et $+1$. (CH. HERMITE.)

926. Étant données deux équations

$$f(x, z) = 0, \quad \varphi(y, z) = 0;$$

trouver quelles relations doivent exister entre les coefficients, pour que ces équations représentent un cercle.

En supposant que ces relations existent, déterminer le centre de ce cercle, la direction de son plan, la longueur de son rayon.

Application numérique :

$$\begin{aligned} 25y^2 + 24zy + 153z^2 - 76y + 258z - 695 &= 0, \\ 25x^2 + 72xz + 160z^2 + 22x + 248z - 1487 &= 0. \end{aligned}$$

(J.-Ch. Dupain.)

927. Former l'équation des coniques qui ont pour centre l'origine des coordonnées et qui passent par deux points : l'un réel ayant pour coordonnées

$$x = a, \quad y = b;$$

l'autre imaginaire ayant pour coordonnées

$$x = a\sqrt{-1}, \quad y = -b\sqrt{-1}.$$

Trouver ensuite le lieu des points de contact des tangentes parallèles à l'axe des y. (J.-Ch. Dupain.)

928. Former l'équation des coniques qui ont pour centre l'origine des coordonnées et qui passent par deux points imaginaires conjugués : l'un de ces points ayant pour coordonnées

$$\begin{aligned} x &= a\left(\cos 45^\circ + \sqrt{-1}\sin 45^\circ\right), \\ y &= b\left(\cos 45^\circ - \sqrt{-1}\sin 45^\circ\right). \end{aligned}$$

Trouver ensuite le lieu des points de contact des tangentes parallèles à l'axe des y. (J.-Ch. Dupain.)