

MAX CORNU

E. MORANGE

Théorème sur les coniques

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 559-560

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_559_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME SUR LES CONIQUES;

PAR MM. MAX CORNU ET E. MORANGE.

On sait que lorsque trois coniques S, S', S'' ont deux points communs A et B , les trois droites qui joignent les autres points d'intersection de ces courbes deux à deux concourent en un même point P . Je dis qu'il existe une conique passant par les deux points A et B , tangente en chacun de ces points aux deux droites PA et PB , et coupant une quelconque S des coniques en ses points d'intersection avec la polaire de P par rapport à S .

Je prends le triangle PAB pour triangle de référence.

(*) La proposition énoncée se déduit immédiatement du théorème de Carnot, quelle que soit la conique considérée. Car, d'après ce théorème, on a, pour toute courbe du second degré,

$$\frac{AC'' \cdot CB'' \cdot BA''}{AB'' \cdot CA'' \cdot BC''} = \frac{AB' \cdot CA' \cdot BC'}{CB' \cdot AC' \cdot BA'}. \quad G.$$

Les équations des trois coniques seront de la forme

$$(S) \quad YZ + X(lX + mY + nZ) = 0,$$

$$(S') \quad YZ + X(l'X + m'Y + n'Z) = 0,$$

$$(S'') \quad YZ + X(l''X + m''Y + n''Z) = 0.$$

L'équation d'une conique tangente à PA en A, à PB en B, est

$$YZ + \lambda X^2 = 0.$$

Cherchons la seconde corde commune à cette courbe et à la conique S : elle aura pour équation

$$(l - \lambda) X + mY + nZ = 0.$$

L'équation de la polaire de P par rapport à la conique S est

$$2lX + mY + nZ = 0.$$

On voit qu'on peut choisir λ de manière à identifier les équations de ces deux droites; il suffit de prendre $\lambda = -l$. Le théorème se trouve donc établi.
