Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 479-480
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__479_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

QUESTIONS.

778. Si l'équation $F(x) = 0$ a toutes ses racines réelles, il en est de même de celle-ci :

$$aF(x) + bF'(x) + cF''(x) + \ldots = 0,$$

les constantes a, b, c,... étant telles, que l'équation

$$a + bz + cz^2 + \ldots = 0$$

n'ait pas de racines imaginaires. (HERMITE.)

779. Supposant toujours que l'équation

$$a + bz + cz^2 + \ldots = 0$$

ait toutes ses racines réelles, je fais

$$\frac{1}{a + bz + cz^2 + \ldots} = A + Bz + Cz^2 + \ldots;$$

cela admis, je dis que si l'équation $F(x) = 0$ a toutes ses racines imaginaires, il en est de même de

$$AF(x) + BF'(x) + CF''(x) + \ldots = 0.$$

(HERMITE.)

780. Soient m un nombre pair, et l'équation

$$A_0 x^m - A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} - \ldots - A_{m-1} x + A_m = 0,$$

où A_0, A_1, A_2, ..., A_m sont des nombres positifs.

Soient H le plus grand des rapports

$$\frac{A_1}{A_0}, \quad \frac{A_3}{A_2}, \quad \frac{A_5}{A_4}, \ldots, \quad \frac{A_{m-1}}{A_{m-2}},$$

et h le plus petit des rapports

$$\frac{A_2}{A_1}, \quad \frac{A_4}{A_3}, \quad \frac{A_6}{A_5}, \ldots, \quad \frac{A_m}{A_{m-1}};$$

l'équation proposée aura toutes ses racines comprises entre H et h si l'on a $H > h$, et toutes ses racines imaginaires si l'on a $H = h$ ou $< h$. (P.)

781. Les mêmes choses étant posées, si m est un nombre impair, l'équation n'aura aucune racine au-dessus de H, et ne pourra avoir qu'une seule racine au-dessous de h.

Si $H = h$ ou $< h$, l'équation n'aura qu'une racine réelle. (P.)

782. Si une figure qui reste toujours semblable à une figure donnée se meut de manière que trois points décrivent des lignes droites, tout autre point de la figure décrira aussi une ligne droite.

783. Lorsqu'une figure, qui reste toujours semblable à une figure donnée, se meut de manière que trois de ses lignes passent par des points fixes, toute autre ligne de la figure passera aussi par un point fixe.

784. Si l'on ôte à un quadrilatère complet successivement chacun de ses côtés, les cercles circonscrits aux quatre triangles qu'on obtient ainsi passeront par un même point, et les triangles qui ont pour sommet ce point, et pour bases les deux côtés opposés du quadrilatère, seront semblables.

785. Mener à deux cercles donnés deux tangentes qui fassent un angle donné, et de façon que la ligne qui joint les points de contact passe par un point donné.

786. Placer sur trois circonférences données un triangle donné semblable à celui qu'on obtient en joignant deux à deux les trois centres.

Les cinq questions précédentes nous ont été communiquées par M. Julius Petersen, de Copenhague.

787. Déterminer le lieu géométrique du centre d'une sphère qui coupe sous des angles donnés, α, β, γ, trois sphères données A, B, C.
