Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__382_1>

QUESTIONS.

766. Les deux ellipses de Cassini données par les équations

$$(x^2+y^2)^2 - 2a^2(x^2-y^2) + a^4 = b^4,$$
$$(x^2+y^2)^2 - 2a'^2(x^2-y^2) + a'^4 = b'^4$$

se coupent orthogonalement, pourvu qu'on ait

$$(a^2 - a'^2)^2 = b^4 + b'^4.$$

(STREBOR.)

767. Les cercles circonscrits aux différents triangles semi-réguliers (*) inscrits dans une ellipse, ont pour centre radical commun le centre de cette ellipse.

(*) Un polygone semi-regulier est la projection d'un polygone regulier, denomination due a M. Transon (*voir* 2e serie, t. II, p. 317).

Le lieu de leurs centres est une ellipse. Leur enveloppe est une anallagmatique du quatrième ordre.

(FOURET.)

768. Étant donnés une conique et un point dans son plan, de ce point on abaisse des perpendiculaires sur les côtés d'un triangle circonscrit à cette conique et tel, que les droites qui joignent les sommets aux points de contact des côtés opposés se coupent au point donné; le cercle passant par les pieds de ces trois perpendiculaires et les cercles analogues ont le même centre radical.

Le lieu de leurs centres est une conique. Leur enveloppe est une anallagmatique du quatrième ordre.

(FOURET.)

769. Nommons secteur en général le corps terminé d'une part par une surface conique, de l'autre par une surface quelconque que nous appellerons la *base du secteur*. Tous les secteurs ayant une base commune et des volumes égaux ont leurs sommets situés dans un même plan. (ZEUTHEN.)

770. Le plan dont il est parlé dans la question précédente est perpendiculaire à deux plans sur lesquels l'aire de la projection du périmètre de la base commune est nulle. (Louis OPPERMANN, de Copenhague.)

771. Sur toutes les tangentes d'une courbe quelconque S, et à partir du point de contact M, on prend une longueur constante MM_1. La normale à la courbe S_1, lieu des points M_1, passe par le centre de courbure O de la courbe S au point M. Sur la normale M_1O et au point O élevons une perpendiculaire qui coupe la tangente MM_1 au point T. La droite CT, qui joint le point T au centre de courbure C de la développée de S au point M, coupe

la normale M_1O au point O_1 qui sera le centre de courbure de S_1 au point M_1. (NICOLAÏDÈS.)

772. Le nombre des sommets (*) d'une courbe algébrique est, en général, donné par la formule

$$3i + 5c - 3d - 3p,$$

dans laquelle i, c, d représentent le nombre des points d'inflexion, la classe, le degré de la courbe donnée, et p le nombre des branches paraboliques. (LAGUERRE.)

773. Étant donnée une équation réciproque $f(x) = 0$, quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'équation en z, obtenue en posant

$$x + \frac{1}{x} = z$$

soit elle-même réciproque?

774. Démontrer que si X_n^m désigne le nombre de manières de décomposer un polygone convexe, de m côtés en n parties, au moyen de $n - 1$ diagonales qui ne se coupent pas dans l'intérieur du polygone on a

$$X_n^m = \frac{1}{n} \times \frac{m(m+1)(m+2)\ldots(m+n-2)}{1.2.3\ldots(n-1)} \times \frac{(m-3)(m-4)\ldots(m-n-1)}{1.2\ldots(n-1)}.$$

P.

(*) Les sommets sont les points où la courbure est maximum ou minimum.