LÉON BLOUET

Solution de la question proposée par M. Griffiths

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 379

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__379_0>

SOLUTION DE LA QUESTION PROPOSÉE PAR M. GRIFFITHS;

(voir 2ᵉ série, t. IV, p. 522);

PAR M. LÉON BLOUET,
Élève du lycée Charlemagne (classe de M. Hauser).

Soient E_a, E_b, E_c les centres des cercles exinscrits à un triangle ABC; le cercle circonscrit à ce triangle est le cercle des neuf points du triangle $E_a E_b E_c$.

Soit donc ABC le triangle donné, je construis les cercles exinscrits; leurs centres E_a, E_b, E_c sont donnés par l'intersection des droites AE_a, AE_b, AE_c bissectrices des deux angles extérieurs du triangle ABC en A et de l'angle BAC, avec les bissectrices des autres angles. Tirons les trois lignes $E_a E_b$, $E_a E_c$, $E_b E_c$; ces droites passent par les sommets C, B, A.

En effet, $E_a E_b$ passe par C, puisque CE_b est la bissectrice de ACD adjacent à ACB, et que CE_a est la bissectrice de BCF, opposé au sommet à ACD.

Cela posé, pour démontrer que le cercle circonscrit à ABC est le cercle des neuf points du triangle $E_a E_b E_c$, il nous suffit de faire voir que AE_a est perpendiculaire sur $E_b E_c$; car, si cela existe, le cercle passera par les pieds des hauteurs du triangle $E_a E_b E_c$, et sera bien le cercle des neuf points de ce triangle. Remarquons pour cela que AE_a est la bissectrice de l'angle BAC, et que $E_c E_b$ est la bissectrice de l'angle CAK adjacent à BAC. Donc AE_a est perpendiculaire sur $E_b E_c$. Ce qu'il fallait démontrer.

Note. — Même solution par M. Deman, elève du lycée de Douai; Lacauchie, elève de l'institution Sainte-Barbe.