

J. DE VIRIEU

**Sur le volume d'un tétraèdre et sur un
théorème de Steiner**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 316-317

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_316_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SUR LE VOLUME D'UN TÉTRAÈDRE ET SUR UN THÉORÈME
DE STEINER;**

PAR M. J. DE VIRIEU,
Professeur à Lyon (institution Sainte-Barbe).

Soit ABCD un tétraèdre; désignons par AH et AH' les perpendiculaires abaissées du point A sur la face BCD et sur C'D' projection de CD sur un plan mené par A perpendiculairement à AB.

AH est la hauteur du tétraèdre; AH' la distance des arêtes opposées AB, CD. Soit δ l'angle aigu que forme le plan de la face BCD et le plan mené par A perpendiculairement à AB; c'est aussi l'angle des droites AB, AH.

V désignant le volume, on a

$$V = \frac{1}{3} AH \times BCD, \quad AC'D' = BCD \cos \delta,$$

$$AH = AB \cos \delta, \quad AC'D' = \frac{1}{2} AH' \times C'D';$$

d'où

$$V = \frac{1}{6} AB \times AH' \times C'D'.$$

Mais $C'D' = CD \cos \mu$, μ désignant l'angle aigu que forment les droites C'D', CD. Or μ est le complément de l'angle aigu que forment les arêtes opposées CD, AB, et on a

$$V = \frac{1}{6} \times AB \times CD \times AH' \times \sin (\widehat{AB.CD}).$$

THÉORÈME. — *Le volume d'un tétraèdre est égal au sixième du produit de deux arêtes opposées multiplié*

par le produit de leur distance mutuelle et du sinus de l'angle qu'elles forment.

THÉORÈME DE STEINER. — *Soient deux droites P, Q, non situées dans le même plan; si deux points A, B se meuvent sur P en conservant leur distance, que deux points C, D se meuvent sur Q, en conservant leur distance, tous les tétraèdres ayant pour sommets ces quatre points mobiles, sont équivalents.*
