WILLIAM ROBERTS

Note sur la théorie des courbes podaires successives

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 80-81
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__80_0>

NOTE SUR LA THÉORIE DES COURBES PODAIRES SUCCESSIVES;

PAR M. WILLIAM ROBERTS.

Je dois à une lettre obligeante de M. Prouhet la connaissance que la théorie des podaires successives d'une courbe plane (que je croyais avoir donnée le premier dans un Mémoire publié il y a assez longtemps dans le *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, t. X, 1re série) est due à Maclaurin. Je m'empresse de dire que l'idée de la dérivation d'une suite de courbes d'une courbe donnée d'après cette méthode a été présentée très-explicitement par ce grand géomètre dans les *Philosophical Transactions* de l'année 1718, n° 356. Maclaurin remarque aussi que les courbes ayant pour équation polaire $r^m = a^m \cos m\omega$ fournissent l'application la plus simple de cette théorie. Il démontre que la rectification de deux courbes successives dans la suite de celles dérivées d'une primitive ayant une équation polaire de cette forme conduit à celle de toutes les podaires de la série.

Ce résultat, donné par Maclaurin il y a presque cent cinquante ans, renferme le théorème que j'ai publié dans le *Journal* de M. Liouville, t. XII, p. 448, à la fin d'un article *sur la rectification de quelques courbes,* et dont j'avais déjà donné un cas particulier dans mon travail, inséré au tome X.

Quant à mes autres recherches sur ce sujet, qui se trouvent dans le tome X, ainsi que dans le tome XII, p. 41, et le tome XIII, p. 179, les résultats que j'ai obtenus (dont quelques-uns dépendent des propriétés assez cachées des fonctions elliptiques, découvertes par Legendre) montrent comme l'idée de Maclaurin est féconde et comme elle peut se développer avec le progrès de la science. Dans un Mémoire publié par moi dans les *Annales* de M. Tortolini, t. IV, 1861, p. 133, j'ai considéré des podaires à indices fractionnaires, tant pour le cas de courbes que pour celui de surfaces, et j'ai étudié en particulier les propriétés de la surface podaire, à indice $\frac{1}{2}$, d'un ellipsoïde rapporté au centre pour le pôle. Cette surface présente les analogies les plus frappantes avec l'ellipse de Cassini, podaire fractionnaire, à indice $\frac{1}{2}$, d'une conique à centre.

Je crois devoir mentionner, comme très-digne de l'attention des géomètres, un Mémoire de M. J.-A. Hirst sur des surfaces podaires, publié dans les *Annales* de M. Tortolini. On y trouve, parmi d'autres résultats, une expression élégante pour l'aire superficielle de la $n^{\text{ième}}$ podaire.

Note du Rédacteur. — Maclaurin a reproduit sa théorie des podaires dans sa *Géométrie organique*. Malgre cette double publication, cette découverte était restée complétement ignorée des géomètres, lorsque M. W. Roberts l'a retrouvée de son côté par une méthode qui lui est propre et en a fait d'importantes applications à la théorie des transcendantes elliptiques. Nous profitons de cette occasion pour remercier publiquement le célèbre géomètre irlandais des belles questions dont il a bien voulu enrichir les *Nouvelles Annales*, sous le pseudonyme transparent de STREBOR.