NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 59-62

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__59_1>

QUESTIONS.

684. Dans toute parabole, la droite qui joint les milieux des rayons de courbure correspondant aux extrémi-

tés d'une corde focale quelconque passe par le foyer et par le pôle de la corde focale.

A cette propriété descriptive correspond la relation métrique

$$\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{R'}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{2}{3}},$$

R, R' étant les rayons de courbure et p le paramètre.

685. Une courbe quelconque A est située dans le plan d'une parabole. On lui mène une tangente mobile qui coupe la parabole en deux points. On projette les centres de courbure en ces points respectivement sur les rayons focaux qui y aboutissent.

La droite qui joint ces projections enveloppe une courbe symétrique de A par rapport au foyer.

Examiner le cas particulier où la courbe A se réduit à un point et celui où elle s'éloigne à l'infini.

686. Si dans une ellipse deux cordes supplémentaires variables passent par les extrémités d'un diamètre donné, et que, par un point fixe pris sur l'ellipse, on mène des parallèles à ces cordes, la diagonale libre du parallélogramme qu'elles forment avec elles passe par un point fixe.

La connaissance de ce point, d'ailleurs facile à déterminer, permet de construire à la fois les points, et la tangente en ces points, d'une ellipse donnée par son centre et par trois points.

687. Lorsque le sommet d'un angle, dont les côtés restent parallèles à eux-mêmes, décrit une conique, la corde sous-tendue par l'angle enveloppe une seconde conique asymptotique à la première.

Cette proposition permet de résoudre aisément le problème de l'*inscription dans une conique donnée d'un triangle dont les côtés soient parallèles à des directions données*.

688. Par un point quelconque M, pris sur une ellipse, on mène la normale qui rencontre les axes en P et Q.

Sur le prolongement de la normale on prend MP'=MP; sur P'Q comme diamètre on décrit un cercle qui rencontre au point N la tangente conduite par le point M. Par le point N on mène une parallèle à la normale, et par le centre O une parallèle à la tangente.

Le rectangle MNM'N' *ainsi obtenu est constant et équivaut au rectangle construit sur les demi-axes.*

Nota. — On déduit de ce théorème la démonstration d'une construction connue des centres de courbure aux sommets d'une ellipse.

689. Étant donnés deux cercles concentriques et deux rayons quelconques, on propose de mener au cercle intérieur une tangente dont la portion comprise entre les deux rayons soit divisée en deux parties égales par le cercle extérieur.

Nota.—Toutes les questions précédentes sont proposées par M. Pigeon (Henri), élève de l'École Polytechnique.

690. Soient α, β, γ les angles qu'une droite L fait avec ses projections sur trois plans rectangulaires; Δ la distance de l'origine à la droite; a, b, c les distances de cette même origine aux projections de la droite L sur les trois plans coordonnés : on aura

$$\Delta^2 = a^2 \cos^2\alpha + b^2 \cos^2\beta + c^2 \cos^2\gamma.$$

(LOBATTO.)

691. Trouver l'équation de la surface qui est le lieu

des courbes de contact des cônes ayant un point fixe pour sommet et circonscrits aux ellipsoïdes d'un système homofocal donné. (STREBOR.)