

Question d'examen (École polytechnique)

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 3
(1864), p. 454-455

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3_454_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1864, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN (ÉCOLE POLYTECHNIQUE);

SOLUTION DE M. AL. M.,
Élève en Mathématiques élémentaires.

Des sommets d'un quadrilatère sphérique comme pôles, on décrit des arcs de grand cercle terminés aux côtés du quadrilatère, prolongés dans le même sens. On demande l'aire totale de la figure ainsi obtenue (p. 82, quest. 2).

Soit ABCD le quadrilatère sphérique dont les côtés AB, BC, CD, DA sont prolongés dans le même sens. Nommons A' , B' , C' , D' les angles extérieurs adjacents aux angles A, B, C, D intérieurs; S la surface du quadrilatère, S' la somme des surfaces des triangles extérieurs déterminés par la construction définie.

En prenant pour unité de surface le triangle trirectangle, et l'angle droit pour unité d'angle, on a, d'après une proposition bien connue,

$$(1) \quad S = A + B + C + D - 4.$$

En outre, les triangles décrits à l'extérieur du quadrilatère, étant birectangles, ont respectivement pour me-

sures A' , B' , C' , D' ; donc

$$(2) \quad S' = A' + B' + C' + D'.$$

Additionnant les relations (1) et (2), en ayant égard aux égalités $A + A' = 2$, $B + B' = 2$, $C + C' = 2$, $D + D' = 2$, il vient

$$(3) \quad S + S' = 4.$$

Cette dernière égalité montre que *l'aire totale* de la figure est égale à quatre triangles irirectangles, c'est-à-dire à la moitié de la surface de la sphère à laquelle appartient le quadrilatère considéré (*).