

GUSTAVE HARANG

Solution de la question 474

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 60-61

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__60_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 474 (*);

PAR M. GUSTAVE HARANG,

Élève du lycée de Douai (classe de M. Painvin).

Le déterminant

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & a_1 - b_3 & \dots & a_1 - b_n \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & a_2 - b_3 & \dots & a_2 - b_n \\ a_3 - b_1 & a_3 - b_2 & a_3 - b_3 & \dots & a_3 - b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n - b_1 & a_n - b_2 & a_n - b_3 & \dots & a_n - b_n \end{vmatrix}$$

est égal à $(a_1 - a_2)(b_1 - b_2)$ pour $n = 2$; et pour $n > 2$, il est nul.

Soit $n = 2$, le déterminant devient

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_2 - b_1 & a_1 - b_2 \\ b_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} \\ & = \begin{vmatrix} 0 & a_1 - a_2 \\ b_2 - b_1 & a_2 - b_2 \end{vmatrix} = (a_1 - a_2)(b_1 - b_2). \end{aligned}$$

(*) La question 622, dont MM. Gustave Harang et Albert Sartiaux nous ont adressé une solution, a été résolue, il y a six mois, par M. Bartet (voir le numéro d'août 1862, p. 312).

Supposons maintenant $n > 2$.

Retranchons la seconde colonne de la première, et la troisième de la seconde, il viendra

$$\begin{vmatrix}
 b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_1 - b_3 & \dots & a_1 - b_n \\
 b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_2 - b_3 & \dots & a_2 - b_n \\
 b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_3 - b_3 & \dots & a_3 - b_n \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 b_2 - b_1 & b_3 - b_2 & a_n - b_3 & \dots & a_n - b_n
 \end{vmatrix}$$

$$= (b_2 - b_1)(b_3 - b_2) \begin{vmatrix}
 1 & 1 & a_1 - b_3 & \dots & a_1 - b_n \\
 1 & 1 & a_2 - b_3 & \dots & a_2 - b_n \\
 1 & 1 & a_3 - b_3 & \dots & a_3 - b_n \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 1 & 1 & a_n - b_3 & \dots & a_n - b_n
 \end{vmatrix} = 0;$$

ce dernier déterminant, ayant deux colonnes égales, est identiquement nul.

Note. — La même question a été résolue par M. Abraham Schnée, élève du lycée Charlemagne.