

ABRAHAM SCHNÉE

**Solution géométrique de la question
de mécanique du concours de 1862
(rhétorique scientifique)**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 451-453

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2_451_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

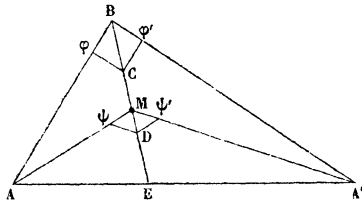
NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION DE MÉCANIQUE
DU CONCOURS DE 1862 (RHÉTORIQUE SCIENTIFIQUE);**

PAR M. ABRAHAM SCHNÉE,
Élève du lycée Charlemagne.

Un point matériel M, placé en un point donné B, sans vitesse initiale, se meut sous l'influence de deux forces attractives dirigées vers deux centres fixes A et A'; les intensités de ces forces varient proportionnellement aux distances du point attiré aux centres fixes, et elles prennent respectivement les valeurs données g, g', lorsque les distances MA, MA' deviennent égales à l'unité de longueur. On demande de déterminer la trajectoire du point matériel M, ainsi que la loi du mouvement.



Soit entre les centres fixes un point E tel que

$$\frac{AE}{A'E} = \frac{g'}{g}.$$

Menons BE; soient M et D deux points de cette droite; menons MA, MA', et par D, les droites Dψ, Dψ' respectivement parallèles à MA', MA. Les triangles MAE, MA'E, de même hauteur, sont entre eux comme leurs bases AE,

A'E; ainsi

$$\frac{\text{surf MAE}}{\text{surf MA'E}} = \frac{\text{AE}}{\text{A'E}}.$$

La figure M ψ D ψ' est un parallélogramme, donc

$$\text{surf MD}\psi = \text{surf MD}\psi',$$

et l'égalité précédente peut s'écrire

$$\frac{\text{AE}}{\text{A'E}} = \frac{\frac{\text{surf MAE}}{\text{surf MD}\psi}}{\frac{\text{surf MA'E}}{\text{surf MD}\psi'}}.$$

Les triangles MAE, MD ψ ont un angle commun; il en est de même des triangles MA'E, MD ψ' . Donc

$$\frac{\text{surf MAE}}{\text{surf MD}\psi} = \frac{\text{MA} \cdot \text{ME}}{\text{MD} \cdot \text{M}\psi}, \quad \frac{\text{surf MA'E}}{\text{surf MD}\psi'} = \frac{\text{MA}' \cdot \text{ME}}{\text{MD} \cdot \text{M}\psi'},$$

et par suite

$$\frac{\text{AE}}{\text{A'E}} = \frac{\text{MA}}{\text{MA}'} \cdot \frac{\text{M}\psi'}{\text{M}\psi} = \frac{g'}{g}.$$

On tire de là

$$\frac{\text{M}\psi'}{\text{M}\psi} = \frac{\text{MA}' \cdot g'}{\text{MA} \cdot g}.$$

Si donc, à un instant quelconque, le mobile se trouve sur la droite BE, d'après l'énoncé et l'équation précédente il se mouvra sur cette droite, pourvu qu'il parte du repos : c'est précisément ce qui a lieu dans le cas qui nous occupe.

Des relations

$$\text{B}\varphi = \text{BA} \cdot g, \quad \text{M}\psi = \text{MA} \cdot g,$$

on déduit par division

$$\frac{\text{B}\varphi}{\text{M}\psi} = \frac{\text{BA}}{\text{MA}},$$

ce qui prouve que la droite $\varphi\psi$ est parallèle à BE. Les triangles $B\varphi C$, $M\psi D$ ont donc même hauteur, et par suite ces triangles, ou les parallélogrammes $B\varphi C\varphi'$, $M\psi D\psi'$ sont entre eux comme les lignes BC, MD; on a donc

$$\frac{B\varphi \cdot B\varphi' \sin B}{M\psi \cdot M\psi' \sin M} = \frac{BC}{MD},$$

et en remplaçant $B\varphi$, $B\varphi'$, $M\psi$, $M\psi'$ par leurs valeurs,

$$\frac{BA \cdot BA' \sin B}{MA \cdot MA' \sin M} = \frac{BC}{MD}.$$

Le premier membre est égal au rapport des triangles BAA' , MAA' qui ayant même base sont entre eux comme leurs hauteurs, ou, ce qui revient au même, comme les segments BE, ME; on a donc

$$\frac{BC}{MD} = \frac{BE}{ME};$$

et comme BC et BE sont des quantités fixes, il en résulte que la force qui sollicite le corps est proportionnelle à sa distance au point E. Elle est maximum en B, et nulle en E. La vitesse du corps est au contraire nulle en B et maximum en E.

A partir de E le corps continue à se mouvoir en ligne droite, mais d'un mouvement retardé, et, pour deux positions symétriques du mobile par rapport à E, il est animé de vitesses égales mais de sens contraires. Il en résulte qu'ayant parcouru un espace $EB' = BE$, sa vitesse est nulle, et il se dirige de nouveau vers E; son mouvement est oscillatoire.
