

TRAVELET

Solution de la question 654

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 285-286

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__285_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 654

(voir p. 191);

PAR M. TRAVELET,

Élève en mathématiques spéciales du lycée de Besançon

(classe de M. Chevallier).

Démontrer que si $\varphi(2\omega) = \varphi(\omega) \cdot \cos \omega$, on aura

$$\varphi(\omega) = \varphi(0) \cdot \frac{\sin \omega}{\omega}.$$

(VALTON.)

Dans la condition énoncée, je remplace successivement ω par $\frac{\omega}{2}, \frac{\omega}{4}, \dots, \frac{\omega}{2^n}$, et j'obtiens les égalités suivantes :

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \varphi\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \cos \frac{\omega}{2}, \\ \varphi\left(\frac{\omega}{2}\right) &= \varphi\left(\frac{\omega}{4}\right) \cdot \cos \frac{\omega}{4}, \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi\left(\frac{\omega}{2^{n-1}}\right) &= \varphi\left(\frac{\omega}{2^n}\right) \cdot \cos \frac{\omega}{2^n}.\end{aligned}$$

Multipliant toutes ces égalités membre à membre et supprimant tous les facteurs communs, on a

$$\varphi\left(\frac{\omega}{2^n}\right) \cdot \cos \frac{\omega}{2} \cdot \cos \frac{\omega}{4} \dots \cos \frac{\omega}{2^n} = \varphi(\omega).$$

Or on sait que (t. XVII, p, 283)

$$\cos \frac{\omega}{2} \cdot \cos \frac{\omega}{4} \dots \cos \frac{\omega}{2^n} = \frac{\sin \omega}{\omega} \cdot \frac{\frac{\omega}{2^n}}{\sin \frac{\omega}{2^n}}.$$

Remplaçant ce produit par sa valeur, dans l'équation

précédente, on a

$$\varphi\left(\frac{\omega}{2^n}\right) \cdot \frac{\sin \omega}{\omega} \cdot \frac{\frac{\omega}{2^n}}{\sin \frac{\omega}{2^n}} = \varphi(\omega).$$

Si n augmente indéfiniment, $\frac{\omega}{2^n}$ tend vers zéro ; $\varphi\left(\frac{\omega}{2^n}\right)$

tend vers $\varphi(0)$ et $\frac{\frac{\omega}{2^n}}{\sin \frac{\omega}{2^n}}$ tend vers 1. Alors à la limite

on a

$$\varphi(0) \cdot \frac{\sin \omega}{\omega} = \varphi(\omega). \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Note. — Cette question a été résolue de la même manière par MM. de Virieu, Dupain, professeurs, et par les élèves Claris et Courtin (Sainte-Barbe), Esparseil (lycée de Toulouse, classe de M. Tillol), Monniot (institution Barbet), par MM. Autos, d'Athènes, et Bardelli, de Milan.