

L. RAYNAUD

Solution de la question 645

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 277-278

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__277_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 645

(voir p. 24) ;

PAR M. L. RAYNAUD,
Maître répétiteur au lycée de Moulins.

Soient $\delta, \delta', \delta''$ les distances du centre d'une conique à trois tangentes, et ρ, ρ', ρ'' les distances de ce centre aux points de contact : on a

$$\delta^2 \rho^2 (\delta''^2 - \delta'^2) + \delta'^2 \rho'^2 (\delta^2 - \delta''^2) + \delta''^2 \rho''^2 (\delta'^2 - \delta^2) = 0.$$

1^o Cas de l'ellipse.

Supposons l'ellipse rapportée à son centre et à ses axes, et soient :

x, y les coordonnées de l'extrémité de ρ ;

λ la longueur du demi-diamètre conjugué de ρ ;

δ sera la hauteur du parallélogramme construit sur les longueurs ρ et λ .

On pourra écrire, d'après des théorèmes connus :

$$ab = \delta \lambda \quad \text{et} \quad a^2 + b^2 = \rho^2 + \lambda^2,$$

d'où

$$(1) \quad a^2 b^2 = \delta^2 (a^2 + b^2 - \rho^2).$$

On aura de même, en considérant les autres points de contact,

$$(2) \quad a^2 b^2 = \delta'^2 (a^2 + b^2 - \rho'^2),$$

$$(3) \quad a^2 b^2 = \delta''^2 (a^2 + b^2 - \rho''^2).$$

Éliminant maintenant $a^2 + b^2$ entre les équations (1), (2), (3), il vient

$$\frac{\delta^2 \rho^2 - \delta'^2 \rho'^2}{\delta^2 - \delta'^2} = \frac{\delta^2 \rho^2 - \delta''^2 \rho''^2}{\delta^2 - \delta''^2}$$

ou

$$\delta'^2 \rho^2 (\delta''^2 - \delta'^2) + \delta'^2 \rho'^2 (\delta^2 - \delta''^2) + \delta''^2 \rho''^2 (\delta'^2 - \delta^2) = 0.$$

2° *Cas de l'hyperbole.*

Le mode de solution prouve assez que la relation finale subsiste encore dans le cas de l'hyperbole.

Nota. — La même question a été résolue par MM. Dupain, professeur au lycée d'Angoulême; P. R. et Melon, élèves du collège Rollin; Cornille, élève du lycée de Strasbourg; Pelletreau et Picquet, élèves du lycée de Poitiers; Jarlot, du lycée Louis-le-Grand; Harang, du lycée de Douai.
