Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 23-25

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__23_1>

QUESTIONS.

633. $2S$ étant l'aire d'un quadrilatère sphérique inscrit; a, b, c, d les côtés; $2p$ le périmètre, on a

$$\sin S = \frac{\sqrt{\sin(p-a)\sin(p-b)\sin(p-c)\sin(p-d)}}{2\left(\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}d + \sin\frac{1}{2}a\sin\frac{1}{2}b\sin\frac{1}{2}c\sin\frac{1}{2}d\right)},$$

$$\cos S = \frac{\cos a + \cos b + \cos c + \cos d}{4\left(\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}d + \sin\frac{1}{2}a\sin\frac{1}{2}b\sin\frac{1}{2}c\sin\frac{1}{2}a\right)},$$

$$\operatorname{tang}\frac{S}{2} = \sqrt{\operatorname{tang}\frac{p-a}{2}\operatorname{tang}\frac{p-b}{2}\operatorname{tang}\frac{p-c}{2}\operatorname{tang}\frac{p-d}{2}}.$$

P.

634. Si l'on appelle E et F les axes d'une ellipse, e, f, e', f', e'', f'', les axes de ses projections sur trois plans rectangulaires, on a

$$2E^2 + 2F^2 = e^2 + f^2 + e'^2 + f'^2 + e''^2 + f''^2,$$
$$E^2F^2 = e^2f^2 + e'^2f'^2 + e''^2f''^2.$$

P.

635. On sait que si d'un point M pris sur le plan d'une conique C, ayant pour foyers F, F', on mène à cette courbe deux tangentes MT, MT', et les deux droites MF, MF', les angles TMF, T'MF' sont égaux, de sorte que si le point M est pris sur une autre conique C' ayant les mêmes foyers F, F' que C, la bissectrice de l'angle des tangentes, ou de son adjacent, est tangente à la courbe C' au point M. Prouver que toute courbe C'' qui par rapport à la conique C jouit de la même propriété, est une conique ayant les mêmes foyers F et F'.

636. On suppose que des rayons perpendiculaires à l'axe d'une parabole soient, à leur rencontre avec cette courbe, réfléchis de manière que l'angle de réflexion égale l'angle d'incidence : trouver l'enveloppe des rayons réfléchis, et déterminer géométriquement le point de contact d'un rayon réfléchi et de l'enveloppe.

637. Les quatre faces d'un tétraèdre passent, chacune, par un point fixe; les trois côtés de l'une des quatre faces sont assujettis à rester, chacun, sur un plan fixe : trouver le lieu géométrique du sommet du tétraèdre opposé à cette face.

Ce lieu est en général une surface du troisième degré, qui se réduit à un cône du second degré quand les quatre points fixes sont situés sur un même plan. (R. SALMON.)

638. Trouver sur la surface d'un hyperboloïde à une nappe le lieu géométrique d'un point tel, que les deux génératrices rectilignes menées par ce point fassent un angle donné.

Cas particulier où l'angle donné est droit.

639. Trouver sur la surface d'un paraboloïde hyperbolique le lieu géométrique d'un point tel, que les deux génératrices rectilignes menées par ce point fassent un angle donné.

Cas particulier où l'angle donné est droit.