

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 189-191

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__189_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

648. On donne l'équation d'une courbe en coordonnées polaires $f(\rho, \omega) = 0$; considérant ω comme constante, on prend la dérivée de cette équation par rapport à ρ ; on élimine ρ entre cette équation et l'équation donnée : que représente, relativement à la courbe $f(\rho, \omega) = 0$, l'équation résultant de cette élimination ? Examiner en particulier le cas où l'on donne l'équation polaire d'une circonférence ou l'équation polaire d'une conique rapportée à l'un de ses foyers ; expliquer les circonstances que l'on rencontre dans ces cas particuliers, et former des équations de courbes d'ordre supérieur au second qui présentent des circonstances analogues.

(MANNHEIM.)

649. On donne une surface conique du second degré sur laquelle on peut placer un trièdre trirectangle ; on sait qu'on peut en placer alors une infinité ; par les trois arêtes de l'un de ces trièdres on mène des plans normaux à cette surface ; ces trois plans se coupent suivant une même droite dont on demande le lieu, lorsqu'on déplace le trièdre sur la surface conique. (MANNHEIM.)

650. On donne un point P dans le plan d'une conique ; on sait que le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées de ce point sur toutes les tangentes de la conique a un point double en P . Démontrer que les centres de courbure de cette courbe correspondant à ce point double

sont à égale distance du diamètre qui contient le point P (*). (MANNHEIM.)

651. Par deux points A, B pris dans le plan d'une courbe de degré quelconque, on décrit une circonférence; on fait le produit des distances du point A à tous les points d'intersection de cette circonférence et de la courbe donnée; on fait le produit analogue pour le point B : le rapport de ces produits est constant, quelle que soit la circonférence passant par les points A et B.

(LAGUERRE.)

652. Soient P et P' deux polyèdres convexes, semblables et semblablement placés, le premier intérieur au second. Prenons sur chaque face de P' un point et joignons-le aux sommets de la face homologue du polyèdre P: nous formerons ainsi un polyèdre Q, à faces triangulaires, inscrit dans le polyèdre P' et circonscrit au polyèdre P. Soit Q' un quatrième polyèdre formé en joignant un point pris sur chaque face de P aux sommets de la face homologue de P'. En désignant par P, P', Q, Q' les volumes des quatre polyèdres, on aura

$$Q = \sqrt[3]{P'P'}, \quad Q' = \sqrt[3]{PP'^2},$$

d'où l'on déduira

$$QQ' = P P', \quad \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{P}{P'}}.$$

P.

(*) On nous a fait remarquer que l'existence de quatre séries de cercles isogonaux à trois cercles donnés (voir p. 95) avait été démontrée par M. Mannheim en 1853 (*Nouvelles Annales*, t. XII, p. 113). Dans cet article, M. Mannheim faisait voir que le lieu des centres des cercles qui coupent trois cercles situés dans un même plan, sous un angle donné, est composé de l'ensemble de quatre droites qui passent toutes par le centre radical des trois cercles donnés. P.

653. Démontrer la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} & (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c)^2 - 4 \sin^2 (a + b + c) \\ & \times (\cos^2 a \cos^2 b + \cos^2 b \cos^2 c + \cos^2 a \cos^2 c) \\ & - 4 \cos a \cos b \cos c \cos (a + b + c) \\ & \times [\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c + \cos^2 (a + b + c)] \\ & - 2 \cos^2 (a + b + c) (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c) \\ & + 4 \cos^4 a \cos^2 b \cos^2 c + 8 \cos a \cos b \cos c \\ & \times \cos (a + b + c) + \cos^4 (a + b + c) \end{aligned} \right\} = 0$$

(STREBOR.)

654. Démontrer que si $\varphi(2\omega) = \varphi(\omega) \cdot \cos \omega$, on aura

$$\varphi(\omega) = \varphi(o) \cdot \frac{\sin \omega}{\omega}. \quad (\text{VALTON.})$$

655. Soient OA, OB les demi-axes d'une ellipse dont le centre est O; ANC la circonférence décrite du point O comme centre avec OA pour rayon; MN une perpendiculaire à l'axe OA, rencontrant l'ellipse au point M, et la circonférence ANC en N; P le point où l'ellipse est rencontrée par le rayon ON, et Q le point de rencontre de la circonférence et d'une perpendiculaire à l'axe OA, menée par P: si l'on prend OR = OP sur la direction du rayon OQ, la droite RM sera tangente à l'ellipse et perpendiculaire à OR.

(SACCHI.)