

G. DE SAINT-MICHEL

**Solution de la question 594 proposée
par Sir William Hamilton**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 183-184

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__183_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 594
PROPOSÉE PAR SIR WILLIAM HAMILTON (*)

(voir t. XX, p. 216);

PAR M. G. DE SAINT-MICHEL,
Elève de spéciales à l'École préparatoire des Carmes.

Le point P étant le point de rencontre des hauteurs du triangle ABC, il y a quatre cercles tangents aux côtés de chacun des triangles PAB, PAC, PBC; prouver que le cercle des neuf points du triangle ABC est tangent à ces douze cercles.

Solution. — Soient A', B', C' (**) les milieux respectifs des côtés BC, CA, AB du triangle ABC; soient D, E, F les milieux respectifs des distances AP, BP, CP; le cercle des neuf points du triangle ABC passe par ces six points qui sont en même temps les milieux des côtés des triangles PAB, PAC, PBC; par conséquent, ce cercle est aussi le cercle des neuf points de chacun de ces triangles. Or on a démontré (*Nouvelles Annales*, t. I^{er}) que « le cercle des neuf points est tangent au cercle inscrit et aux trois cercles ex-inscrits »; par conséquent le cercle des neuf points du triangle ABC est tangent aux douze cercles inscrits ou ex-inscrits aux triangles PAB, PAC, PBC.

C. Q. F. D.

Remarque. — On sait que le rayon du cercle des neuf points d'un triangle est égal à la moitié du rayon du

(*) Ce nom illustre manque dans la Biographie Poggendorff.

(**) On est prié de faire la figure.

cercle circonscrit. Il résulte de ceci et de ce qui vient d'être démontré, que le rayon du cercle circonscrit à chacun des triangles formés en joignant le point d'intersection des hauteurs aux trois sommets est égal au rayon du cercle circonscrit au triangle primitif.