

H. LEBASTEUR

Solution de la question 614

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 174-175

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__174_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 614

(voir page 126);

PAR M. H. LEBASTEUR,

Élève du lycée Napoléon (classe de M. Vacquant).

On sait que

$$FM = a - \frac{c}{a} MP,$$

MP étant l'abscisse du point M. D'après un théorème dû à Descartes, on a

$$\frac{\cos QMT}{\cos TMP} = \frac{c}{a}.$$

Or, des triangles PMT, TMQ, il résulte que

$$\frac{\cos QMT}{\cos TMP} = \frac{MQ}{MP}; \text{ donc } MQ = \frac{c}{a} MP, \text{ et par suite } FQ = a.$$

Ainsi le lieu géométrique du point Q est un cercle décrit du point F comme centre avec a pour rayon.

L'analyse donne aussi une solution très-simple de la question.

Prenant pour axes le grand axe et la parallèle au petit axe menée par le foyer, et désignant par ε le rapport $\frac{c}{a}$ et par γ la fonction $x - \frac{b^2}{c}$: l'équation de l'ellipse deviendra

$$x^2 + y^2 = \varepsilon^2 \gamma^2.$$

Une tangente quelconque MT a pour équation

$$(1) \quad x \sin \varphi + y \cos \varphi = \varepsilon \gamma,$$

et la droite FM allant du foyer au point de contact :

$$(2) \quad x \cos \varphi - y \sin \varphi = 0.$$

Soit $x = k$ l'équation d'une parallèle à l'axe des x .

L'équation générale des droites passant par le point de rencontre de cette dernière et de la tangente est

$$(3) \quad x \sin \varphi + y \cos \varphi - \varepsilon \gamma + \lambda (x - k) = 0.$$

Déterminant λ de façon que (3) et (2) soient perpendiculaires l'une à l'autre, on trouve

$$\lambda = \varepsilon,$$

et alors on a, pour l'équation de la perpendiculaire TQ,

$$(4) \quad x \sin \varphi + y \cos \varphi = \frac{c}{a} \left(k - \frac{b^2}{c} \right).$$

Éliminant φ entre les équations (2) et (4), et cela en faisant la somme des carrés, on a l'équation du lieu

$$x^2 + y^2 = \frac{c^2}{a^2} \left(k - \frac{b^2}{c} \right)^2,$$

résultat conforme à celui que nous a fourni la géométrie.
