

R. BLAZEJARSKI

Solution élémentaire d'une question de probabilités

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 131-132

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__131_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION ÉLÉMENTAIRE D'UNE QUESTION DE PROBABILITÉS;

PAR M. R. BLAZEJARSKI.

Si l'on a des nombres $h_1, h_2, h_3, \dots$ (par exemple, les chiffres des tables de mortalité) déduits d'un nombre très-grand d'observations, et si l'on répète les mêmes observations sur un nombre plus limité de faits (par exemple, les chiffres $l_1, l_2, \dots$, de défunts d'une compagnie d'assurance), on attend avec probabilités $P_1, P_2, \dots$ que ces nombres seront $L_1 + l_1, L_2 + l_2, \dots$, aux écarts $l_1, l_2, \dots$. Trouver la probabilité que la somme $L_1 + L_2 + L_3 + \dots$ aura un écart l .

Pour simplifier, prenons deux valeurs seulement L_1, L_2 .

Les probabilités des écarts l_1, l_2 sont $\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x_1^2} dx_1, \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x_2^2} dx_2$, où $x_1 = \frac{l_1}{A_1}, x_2 = \frac{l_2}{A_2}$ (A_1, A_2 ce sont les modules de convergence). Trouver la probabilité que $l_1 + l_2$ aura la valeur l , c'est-à-dire

$$(1) \quad A_1 x_1 + A_2 x_2 = l.$$

Cette probabilité sera la somme

$$S \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x_1^2} dx_1 \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x_2^2} dx_2,$$

avec la condition que tous les groupes de valeurs x_1, x_2 doivent satisfaire l'équation (1). Pour cela, si l'on prend pour x_1 des valeurs arbitraires depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$, pour x_2 on doit prendre la valeur $\frac{l - A_1 x_1}{A_2}$, et la somme

sera

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{dx_2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x_1^2 - \left(\frac{l - A_1 x_1}{A_2}\right)^2} dx_1 \\ &= \frac{dx_2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{A_2^2} [x_1 (A_1^2 + A_2^2) - 2 A_1 l x_1 + l^2]} dx_1 \\ &= \frac{A_2 dx_2}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{l^2}{A_1^2 + A_2^2}}. \end{aligned} \right.$$

Pour obtenir la valeur de $A_2 dx_2$, remarquons que x_1 et x_2 sont indépendants l'un de l'autre (comme dans les compagnies d'assurance le nombre de défunts d'un âge quelconque est indépendant du nombre d'un autre âge), alors x_2 peut changer et x_1 rester invariable et on tire de l'équation (1)

$$A_2 dx_2 = dl,$$

et la probabilité de la valeur l sera

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{l^2}{A_1^2 + A_2^2}} \frac{dl}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2}},$$

ou, si l'on pose $l = x \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ ($\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ — module de convergence,

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} dx.$$

Si l'on a un troisième nombre L_3 , dont l'écart est l_3 , alors on cherchera la probabilité de la valeur l' de

$$x \sqrt{A_1^2 + A_2^2} + A_3 x_3 = l', \text{ etc.}$$
