

JOSEPH SACCHI

Démonstration du théorème sur les courbes planes de M. Strebtor

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 109-110

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__109_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME SUR LES COURBES PLANES DE M. STREBOR

(voir t. XIX, p. 33),

PAR M. JOSEPH SACCHI,
Professeur au lycée de Porte-Neuve, a Milan.

Soient : M_1 un point quelconque d'une courbe donnée (*); ν_1 et p_1 le rayon vecteur OM_1 et la perpendiculaire OP_1 à la droite M_1P_1 , touchant la courbe en M_1 ; ω_1 et α_1 les angles que les ν_1 et p_1 forment avec une droite fixe OA . Sur le prolongement de OM_1 on prend $M_1N = \nu_1$, le lieu des points N sera une courbe semblable à la courbe donnée; par conséquent l'angle β que la normale NM à cette seconde courbe forme avec ON sera égal à celui des droites ν_1 et p_1 , c'est-à-dire on aura $\beta = \alpha_1 - \omega_1$. Sur la normale NM que l'on prenne $NM = OM_1$, alors MM_1 est perpendiculaire sur OM_1 . On doit prouver que la courbe lieu des points M est l'enveloppe des perpendiculaires qu'on mène aux extrémités des rayons vecteurs

(*) On prie de faire la figure.

de la courbe donnée; ou bien que la courbe donnée est la podaire de celle des points M.

En nommant ν , p , ω , les quantités relatives au point M et analogues à ν_1 , p_1 , ω_1 , les triangles rectangles OM₁M, OP₁M₁ donnent

$$\cos(\omega_1 - \omega) = \frac{\nu_1}{\nu}, \quad \cos(\alpha_1 - \omega_1) = \frac{p_1}{\nu_1},$$

et, ayant MO = MN, on aura

$$\omega_1 - \omega = \beta = \alpha_1 - \omega_1,$$

desquelles on déduit

$$(1) \quad \omega = 2\omega_1 - \alpha_1, \quad \nu = \frac{\nu_1^2}{p_1},$$

relations qui montrent que la courbe donnée est la podaire de la courbe lieu des points M.

En faisant la dérivée par rapport à ω_1 des équations (1), et en la désignant par un accent, en posant

$$r^2 - p^2 = q^2, \quad \nu_1^2 - p_1^2 = q_1^2,$$

et eu égard aux formules connues

$$\alpha'_1 = \frac{p'_1}{q_1}, \quad \omega' = \frac{p\nu'}{q\nu}, \quad 1 = \frac{p_1\nu'_1}{q_1\nu_1},$$

on obtient $p = \nu_1$, laquelle avec la seconde des équations (1) donne

$$\nu_1 = p. \quad p_1 = \frac{p^2}{\nu}.$$

En remplaçant, dans l'équation

$$\varphi(p_1, \nu_1) = 0$$

d'une courbe donnée, les p_1 , ν_1 , par ces dernières valeurs, on a l'équation de la courbe enveloppe des perpendiculaires menées aux extrémités des rayons vecteurs de la première courbe.
