

Démonstration géométrique de l'aire du triangle en fonction des côtés ; d'après Héron d'Alexandrie

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20 (1861), p. 432-433

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__432_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE DE L'AIRE DU TRIANGLE EN FONCTION DES CÔTÉS ;

D'APRÈS HÉRON D'ALEXANDRIE.

Soient ABG le triangle, H le centre du cercle inscrit, D, E, Z les points de contact respectifs sur les côtés AB, BG, GA . Prolongeons GB d'une longueur $BC = AD$, GC est donc la moitié du périmètre, et le *double* de l'aire du triangle est égal au rectangle $HE.GC$. Élevons en H une perpendiculaire à HG et en B une perpendiculaire à GB . Soient L le point de rencontre de ces deux perpendiculaires et K l'intersection de HL et de GB ; les quatre points G, H, B, L sont sur une même circonférence. Les deux triangles rectangles GLB, HAD étant équiangles sont

semblables, donc

$$\frac{GB}{BL} = \frac{AD}{DH} = \frac{BC}{HE}, \quad \frac{GB}{BC} = \frac{BL}{HE} = \frac{BK}{KE},$$

$$\frac{GB + BC}{BC} = \frac{BK + KE}{KE},$$

ou

$$\frac{GC}{BC} = \frac{BE}{KE}, \quad \frac{\overline{GC}^2}{GC \cdot BC} = \frac{GE \cdot BE}{GE \cdot BK} = \frac{GE}{\overline{HE}^2},$$

donc

$$\overline{HE}^2 \cdot \overline{GC}^2 = GC \cdot BC \cdot GE \cdot BE.$$

Or GC est la moitié du périmètre, BC la moitié du périmètre moins BG, GE la moitié du périmètre moins AB, BE la moitié du périmètre moins AG; mais HE.GC est le *double* de l'aire du triangle. Donc, etc.

Ce qui précède est tiré des *Extraits des manuscrits relatifs à la géométrie pratique des Grecs*, textes restitués et traduits en français par M. J.-H. Vincent, membre de l'Institut; 1858, p. 131.