

COLLAT

Solution de la question 579

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 430-432

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__430_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 579

(voir page 138);

PAR M. COLLAT,

Professeur au collège de Montignac-sur-Vézère (Dordogne) (*).

Étant donnée une courbe quelconque sur la sphère, d'un point fixe C sur la sphère menons à la courbe le rayon vecteur sphérique CO; prenons sur ce rayon un point O tel, qu'on ait

$$\frac{\sin \frac{CO'}{2}}{\sin \frac{CO}{2}} = \alpha,$$

quantité constante. Le lieu des points O' forme une seconde courbe telle, qu'on aura : aire de la courbe CO' est à l'aire de la courbe CO comme α^2 est à 1.

(*) Collège dirigé par M. Baillement, chef de bataillon du génie en non-activité pour infirmité temporaire.

Lemme. L'élément de la surface sphérique compris entre deux rayons vecteurs sphériques infiniment voisins et un arc de la courbe a pour expression

$$dS = 2 R^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2} dL,$$

R est le rayon de la sphère, dL l'angle des deux plans qui contiennent les rayons vecteurs et λ la distance angulaire du point O au point C.

Pour le démontrer, du point C comme centre je décris sur la sphère une circonférence passant par le point O et coupant le rayon infiniment voisin au point ω . On peut négliger $O\omega$, infiniment petit du second ordre. Quant à $CO\omega$, son rapport à la zone qui aurait C comme pôle et CP comme hauteur de la zone est égal à $\frac{dL}{d\pi}$.

Cette zone a pour surface

$$2\pi R \times CP = 2\pi R^2 (1 - \cos \lambda) = 4\pi R^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2};$$

donc

$$dS = 2 R^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2} dL.$$

Théorème. Soient AB et A' B' les deux courbes dépendant l'une de l'autre par la relation

$$\frac{\sin \frac{CO'}{2}}{\sin \frac{CO}{2}} = \alpha;$$

$$\text{l'élément } CO\omega = dS = 2 R^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2} dL,$$

$$\text{„ } CO'\omega' = dS' = 2 R^2 \sin^2 \frac{\lambda'}{2} dL;$$

donc

$$\frac{dS'}{dS} = \frac{\sin^2 \frac{\lambda'}{2}}{\sin^2 \frac{\lambda}{2}} = \alpha^2;$$

or

$$\begin{aligned} \text{CAB} &= \int dS, \\ \text{CA' B'} &= \int dS'; \end{aligned}$$

par conséquent

$$\frac{\int dS'}{\int dS} = \alpha^2,$$

puisque tous les éléments de la surface CA'B' sont avec les éléments de la surface CAB dans un rapport constant α^2 .