

LAQUIÈRE

Solution géométrique de la question 395

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 42-43

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__42_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

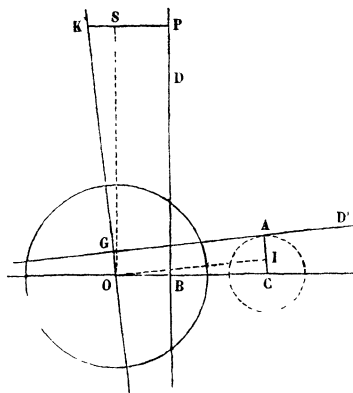
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION 395

(voir t. XVI, p. 312);

PAR M. LAQUIÈRE,
Elève du lycée Saint-Louis.

THÉORÈME. *La polaire réciproque d'un cercle C relativement à un cercle de centre O est une conique de foyer O, ayant pour sa directrice la polaire du centre C par rapport au cercle directeur O.*



Démonstration. Soit D la polaire du point C, on aura la relation segmentaire

$$OB \cdot OC = R^2,$$

où R est le rayon du cercle O.

Soient D' une tangente au cercle C; K son pôle par rapport à O, on aura de même

$$OG \cdot OK = R^2.$$

Soit KP perpendiculaire sur D, je dis que

$$\frac{KP}{KO} = \frac{CA}{OC} = \frac{r}{d};$$

r = rayon du cercle C, d = distance des centres.

En effet, les triangles semblables KOS, IOC donnent

$$\frac{KS}{KO} = \frac{CI}{CO};$$

d'ailleurs

$$\frac{SP}{KO} = \frac{AI}{CO},$$

donc par addition

$$\frac{KP}{KO} = \frac{CA}{OC}.$$

Le théorème est donc démontré.

Analytiquement :

$$\text{Cercle O. } x^2 + y^2 = R^2,$$

$$\text{Cercle C. } (x - d)^2 + y^2 = r^2.$$

La distance au point C de la polaire du point (x, y) est r ; d'où

$$\frac{dx - R^2}{\sqrt{r^2 + y^2}} = r, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{r^2} (dx - R^2)^2.$$

Note de M. de Jonquières. Cette question est traitée assez longuement dans mes *Mélanges de Géométrie*, p. 68 et suiv. On transforme ainsi les propriétés relatives à deux cercles en des propriétés d'un énoncé très-différent concernant des coniques biconfocales. Il y a longtemps que cette remarque a été faite par M. Poncelet, l'illustre créateur de la théorie des *polaires réciproques*. Par exemple, le théorème (Faure), question 358 (t. XVI, p. 58), n'est autre chose que le théorème qui fait l'objet du n° 733 de la *Géométrie supérieure*, transformé par cette méthode.
