

JAUFROID

BLANCHÉ-ARRAULT

Solution de la question 582

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 294-295

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__294_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 582

(voir p. 139);

PAR M. JAUFROID,

ET M. M. BLANCHÉ-ARRAULT,

Elève du lycée Louis-le-Grand.

Soit V un des foyers d'une hyperbole équilatère quelconque tangente à une ellipse donnée et concentrique avec elle. En supposant que le point de contact de ces deux courbes varie, le rectangle $FV.F'V$, F , F' étant les foyers de l'ellipse, conservera une valeur constante.

Solution.

$$2xy = x'^2,$$

équation de l'hyperbole, ses asymptotes étant prises pour axes, $x' = y'$ étant les coordonnées du foyer situé dans la première région.

$$\left. \begin{array}{l} a^2 \cos^2 \alpha \\ + b^2 \sin^2 \alpha \end{array} \right| y^2 + 2c^2 \sin \alpha \cos \alpha xy + a^2 \sin^2 \alpha \left| \begin{array}{l} x^2 - a^2 b^2 = 0, \\ + b^2 \cos^2 \alpha \end{array} \right|$$

équation de l'ellipse donnée, ses demi-axes étant a et b , l'asymptote axe des x faisant un angle α avec son grand

(295)

axe : les coordonnées de ses foyers sont

$$\left. \begin{aligned} x &= c \cos \alpha \\ y &= -c \sin \alpha \end{aligned} \right\} \text{ pour F,}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -c \cos \alpha \\ y &= c \sin \alpha \end{aligned} \right\} \text{ pour F'.$$

La condition de tangence des deux courbes conduit à

$$(1) \quad 4x'^4 + 8c^2 \sin \alpha \cos \alpha x'^2 - 4a^2 b^2 = 0,$$

ce qui détermine les foyers de l'hyperbole, et on a

$$\overline{FV}^2 \overline{F'V}^2 = 4x'^4 + 8c^2 \sin \alpha \cos \alpha x'^2 + c^4 = c^4 + 4a^2 b^2,$$

en vertu de l'équation (1).

C. Q. F. D.