

JAUFROID

Solution de la question 4

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 293-294

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__293_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 4

(voir p. 100);

PAR M. JAUFROID,
Professeur au lycée de Nice.

x, y, z étant les trois côtés d'un triangle, si l'on a la relation

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3m^3,$$

trouver l'aire maximum.

La formule qui donne la surface d'un triangle en fonction des côtés, étant développée, donne

$$16s^2 = 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 - x^4 - y^4 - z^4.$$

Prenant pour variables indépendantes x et y , les équations

$$\frac{ds}{dx} = 0, \quad \frac{ds}{dy} = 0$$

conduisent sans difficulté aux équations

$$z(z^2 + y^2 - x^2) - x(x^2 + y^2 - z^2) = 0,$$

$$z(z^2 + x^2 - y^2) - y(x^2 + y^2 - z^2) = 0,$$

faisant en sorte que dans chaque parenthèse il y ait le trinôme $x^2 + y^2 + z^2$. Ces équations se transforment dans les suivantes

$$[y^2 + (x + z)^2](z - x) = 0,$$

$$[x^2 + (y + z)^2](y - z) = 0,$$

qui admettent pour solution réelle

$$x = y = z,$$

(294)

et, en vertu de $x^3 + y^3 + z^3 = 3m^3$,

$$x = y = z = m,$$

et par suite

$$s = \frac{m^2 \sqrt{3}}{4}.$$