

MANNHEIM

**Application de la transformation par
rayons vecteurs réciproques à l'étude
des anticaustiques**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 220-222

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__220_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

APPLICATION

de la transformation par rayons vecteurs réciproques à l'étude
des anticaustiques (*);

PAR M. MANNHEIM.

Lorsque des rayons émanés d'un point sont réfléchis par une courbe, ils enveloppent après cette réflexion une *caustique par réflexion*. Jacques Bernoulli a désigné sous le nom d'*anticaustique* une certaine trajectoire orthogonale de ces rayons réfléchis. J'adopte cette expression d'*anticaustique* en l'étendant au cas de la réfraction. Les anticaustiques ne sont autres que *les caustiques secondaires* de M. Quételet.

Lorsque l'on considère les anticaustiques comme enveloppe de cercles dont les centres décrivent la ligne directrice et dont les rayons sont proportionnels aux distances de leurs centres au point lumineux, elles se composent de deux parties qui correspondent à des indices de réfraction égaux et de signe contraire.

Ces deux parties peuvent être des courbes distinctes ou constituer une même courbe. Je m'occupe particulièrement de l'une ou de l'autre de ces parties en indiquant le signe de l'indice de réfraction; quant à l'enveloppe complète des cercles, je la désigne sous le nom d'*anticaustique complète*.

1. Une courbe M et son anticaustique N, correspondant à un point lumineux F, et à un indice l, ont pour

(*) Cette Note a été présentée à la Société Philomathique dans la séance du 22 décembre 1860. (Voir journal l'Institut, 27 décembre 1860.)

transformées, le pôle étant en F, une courbe N' et son anticaustique M', le point lumineux et l'indice restant les mêmes.

La ligne dirimante devient anticaustique et inversement; réciprocity remarquable.

2. *L'anticaustique N d'une courbe M, pour un point lumineux F et un indice l, a pour anticaustique, pour le même point lumineux et l'indice — l, une courbe semblable à M. Le point F est le centre de similitude et le rapport de similitude est $\frac{l^2 - 1}{l^2}$ (*).*

Si l'on considère l'anticaustique complète de M, elle se compose de deux branches, chacune de ces branches a une anticaustique complète; ces deux anticaustiques complètes ont une partie commune qui est la courbe semblable à M. D'après cela, on voit que l'anticaustique complète d'une anticaustique se compose toujours de deux courbes distinctes.

Comme cas particulier du théorème (2) on peut déduire le théorème connu de M. Quetelet: *La caustique secondaire du cercle est un ovale de Descartes.* En effet, l'ovale de Descartes a pour anticaustique un cercle, donc l'anticaustique du cercle est un ovale de Descartes.

3. *Lorsque le point lumineux est pôle principal de la ligne dirimante, il est aussi pôle principal de l'anticaustique complète de cette courbe, la puissance de transformation étant différente.*

Un point quelconque du plan d'un cercle est un pôle principal; d'après le théorème 3, il est aussi pôle prin-

(*) M. Bour est arrivé de son côté, par une autre méthode, au même théorème.

cial de l'anticaustique complète du cercle correspondant à ce point, c'est-à-dire d'un ovale de Descartes.

Il existe pour les surfaces des théorèmes complètement analogues.