

ÉMILE FRANÇOISE

Solution de la question 468

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 233-234

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__233_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 468

(voir page 116 ;

PAR M. ÉMILE FRANÇOISE,
Élève du lycée de Caen.

Faire voir que si p est un nombre entier positif quelconque, on a

$$0 = 1^p - \frac{m^p}{1^p} + \frac{m^p (m^p - 1^p)}{1^p \cdot 2^p} - \dots$$

(BOURGET.)

Je crois qu'il faut ainsi rectifier l'énoncé :

Si m est un nombre positif quelconque, on a

$$(1) \quad 0 = 1^p - \frac{m^p}{1^p} + \frac{m^p (m^p - 1^p)}{1^p \cdot 2^p} - \dots,$$

quel que soit p .

Je désigne par S_n la somme des n premiers termes.

J'ai

$$S_2 = 1^p - \frac{m^p}{1^p} = -\frac{m^p - 1^p}{1^p} \quad \text{car} \quad 1^p = 1,$$

$$S_3 = -\frac{m^p - 1^p}{1^p} + \frac{m^p (m^p - 1^p)}{1^p \cdot 2^p} = \frac{(m^p - 1^p)(m^p - 2^p)}{1^p \cdot 2^p},$$

en général

$$S_{n+1} = \pm \frac{(m^p - 1)^p (m^p - 2^p) \dots (m^p - n^p)}{1^p \cdot 2^p \dots n^p}.$$

Si m est un nombre entier positif, la somme des $m+1$ premiers termes sera

$$S_{m+1} = \pm \frac{(m^p - 1^p)(m^p - 2^p) \dots (m^p - m^p)}{1^p \cdot 2^p \dots m^p} = 0.$$

Les termes suivants seront tous nuls, parce qu'ils contiendront tous, le facteur $m^p - m^p$.

Donc le second membre de l'égalité (1) sera identiquement nul, quel que soit p . C. Q. F. D.
