

G. CHABIRAND

Seconde solution de la question

406 (G. Salmon)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 230-232

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__230_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 406 (G. SALMON)

(voir p. 224) ;

PAR M. G. CHABIRAND,
Élève de l'institution Jauffret.

Soient

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 0, \quad U_3 = 0$$

les équations rendues homogènes de trois cercles ; l'équation du cercle qui coupe les premiers à angle droit est donnée par la relation

$$\begin{vmatrix} \frac{dU_1}{dx} & \frac{dU_1}{dy} & \frac{dU_1}{dz} \\ \frac{dU_2}{dx} & \frac{dU_2}{dy} & \frac{dU_2}{dz} \\ \frac{dU_3}{dx} & \frac{dU_3}{dy} & \frac{dU_3}{dz} \end{vmatrix} = 0.$$

Je représente par $X = 0$ l'équation du cercle *cherché* ; j'appelle $\frac{\xi}{\zeta}, \frac{\eta}{\zeta}$ les coordonnées de son centre ; j'appelle de même $\frac{x_1}{z_1}, \frac{y_1}{z_1}; \frac{x_2}{z_2}, \frac{y_2}{z_2}; \frac{x_3}{z_3}, \frac{y_3}{z_3}$ les coordonnées des centres des trois cercles *donnés*.

On exprimera que les cercles $U_1 = 0, X = 0$ se coupent à angle droit, si l'on exprime que la polaire du centre de X par rapport à U_1 se confond avec la polaire du centre de U_1 par rapport à X .

Ces deux polaires ont pour équations

$$\xi \frac{dU_1}{dx} + \eta \frac{dU_1}{dy} + \zeta \frac{dU_1}{dz} = 0,$$

$$x_1 \frac{dX}{dx} + y_1 \frac{dX}{dy} + z_1 \frac{dX}{dz} = 0.$$

Développant chacune de ces équations et exprimant qu'elles représentent une même droite, on trouve

$$2\xi x_1 + 2\eta y_1 - \zeta(k_1 + \chi) = 0,$$

k_1 et χ désignant ici, pour abrégé, les termes indépendants de $\frac{x}{z}, \frac{y}{z}, \frac{\xi}{\zeta}, \frac{\eta}{\zeta}$ dans les équations

$$U_1 = 0, \quad X = 0.$$

Les cercles U_1, U_3 donnent semblablement

$$2\xi x_2 + 2\eta y_2 - \zeta(k_2 + \chi) = 0,$$

$$2\xi x_3 + 2\eta y_3 - \zeta(k_3 + \chi) = 0.$$

Au moyen de l'équation

$$X = 0,$$

on peut éliminer χ successivement dans chacune de ces

trois équations, et alors elles deviennent

$$\xi \frac{dU_1}{dx} + \eta \frac{dU_1}{dy} + \zeta \frac{dU_1}{dz} = 0,$$

$$\xi \frac{dU_2}{dx} + \eta \frac{dU_2}{dy} + \zeta \frac{dU_2}{dz} = 0,$$

$$\xi \frac{dU_3}{dx} + \eta \frac{dU_3}{dy} + \zeta \frac{dU_3}{dz} = 0.$$

Pour obtenir l'équation cherchée, il ne reste plus qu'à éliminer ξ , η , ζ entre ces trois équations. Pour cela il suffit d'égaliser le déterminant à 0. La proposition se trouve donc démontrée.

M. Joseph Bonnet, élève de l'institution Mayer, donne à peu près la même solution.