NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DE LAFITTE

Théorèmes homographiques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 48-49

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__48_1>

THÉORÈMES HOMOGRAPHIQUES;

PAR M. DE LAFITTE.

I. Si deux figures sont homographiques, il existe dans chacune d'elles une infinité de cercles dont les homologues sont des cercles. — Deux cercles homologues ont leurs rayons dans un rapport constant. — Ces cercles, dans chaque figure, ont leurs centres en ligne droite. — Cette droite est perpendiculaire à la droite de la même figure dont l'homologue est à l'infini, et elle passe par les centres S et s des faisceaux superposables à leurs homologues. — Enfin si sur le segment rectiligne Ss comme diamètre on décrit un cercle, ce cercle coupe à angle droit tous les cercles de la figure dont les homologues sont des cercles.

II. On suppose qu'une figure varie de forme et de position en restant homographique à une figure fixe.

1°. Si les homologues de sept droites de la figure fixe tournent chacune autour d'un point fixe, l'homologue de toute autre droite tournera autour d'un point fixe, et l'homologue d'un point quelconque décrira une conique. Toutes ces coniques passent par un même point, lequel est un point double commun à toutes les figures variables.

2°. Si les homologues de *sept* points déterminés de la figure fixe décrivent chacun une ligne droite, l'homologue de tout autre point décrira une ligne droite, et l'homologue d'une droite quelconque enveloppera une conique; toutes ces coniques touchent une même droite qui est une droite double commune à toutes les figures variables.

Comme cas particulier simple, on peut dire :

III. On suppose qu'une figure varie de forme et de position en demeurant semblable à elle-même.

1°. Si *trois* droites tournent chacune autour d'un point fixe, toute autre droite tourne autour d'un point fixe, et un point quelconque décrit *un cercle*. Tous ces cercles passent par un même point, qui est un point double commun à toutes les figures.

2°. Si *trois* points décrivent chacun une ligne droite, tout autre point décrit une ligne droite et une droite quelconque enveloppe une *parabole*.

Ces théorèmes donnent la solution des questions suivantes :

IV. Etant donnés deux *octogones*, *circonscrire* ou *inscrire* au premier un octogone homographique au second.

V. Etant donnés deux *quadrilatères*, *circonscrire* ou *inscrire* au premier un quadrilatère semblable au second.

Note. Ces problèmes n'ont chacun qu'*une* solution, si les points et les droites se correspondent deux à deux. Sans cela le dernier en a évidemment 24 et le précédent 40320.