

CHALLIOT

Solution de la question 446

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 447-448

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__447_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 446

(voir page 388),

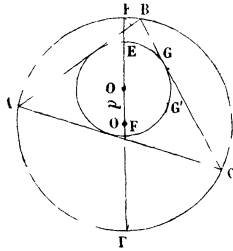
PAR M. CHALLIOT,

Elève du lycée de Versailles.

Joignons par une droite les centres des cercles inscrit et circonscrit à un triangle; cette droite rencontre le cercle inscrit en deux points; soient s et s' les puissances de ces points relativement au cercle circonscrit, r le rayon du cercle inscrit, R le rayon du cercle circonscrit, on a la relation

$$ss' = r^3 (4R + r).$$

(GRUNERT.)



(On admet comme connu le théorème que : *La distance des cercles inscrit et circonscrit à un triangle est moyenne proportionnelle entre le rayon du cercle circonscrit et l'excès de ce rayon sur le diamètre du cercle inscrit.*) En sorte que sur la figure, on a

$$\overline{OO'}^2 = d^2 = R(R - 2r).$$

(Voir t. IX, p. 216.)

Cela posé, on a *par définition*

$$\begin{aligned}s &= EF \times EF', \\ s' &= E'F \times E'F'\end{aligned}$$

Multipliant membre à membre, il vient

$$ss' = (EF \times E'F) \times (EF' \times E'F').$$

Si des points F, F' on mène les tangentes FG, F'G' au cercle inscrit, il vient

$$ss' = \overline{FG}^2 \times \overline{F'G'}^2.$$

Or

$$\begin{aligned}\overline{FG}^2 &= (R - d)^2 - r^2, \\ \overline{F'G'}^2 &= (R + d)^2 - r^2,\end{aligned}$$

et puisque

$$d = \sqrt{R(R - 2r)},$$

il vient enfin

$$ss' = [(R - \sqrt{R^2 - 2Rr})^2 - r^2][(R + \sqrt{R^2 - 2Rr})^2 - r^2].$$

Si l'on développe et que l'on effectue la multiplication indiquée, il vient, après la réduction des termes semblables,

$$ss' = r^2(4R + r).$$

C. Q. F. D.

Note. MM. Saintard (de Maguy), E. Descourbes, Léon Brault (institution Barbet) ont aussi résolu ce problème, et le dernier a résolu aussi le problème 451.