NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DEWULF

Note sur le théorème focal démontré p. 179 (question 413)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 435-436

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__435_0>

NOTE SUR LE THÉORÈME FOCAL
Démontré p. 179 (question 413);

PAR M. DEWULF.

Ce théorème est un cas particulier du théorème général (IX) de M. Laguerre-Verly (tome XII, page 63). Il nous semble utile de rappeler ce théorème :

Soit $\varphi = 0$ *l'équation d'une conique, axes rectangulaires, et* $(y-\beta)^2 + (x-\alpha)^2 = 0$ *l'équation d'un* cercle-point *et aussi du système de deux droites imaginaires passant par le point réel* (α, β). *La conique et le cercle se coupent en quatre points imaginaires, donnant lieu à deux droites réelles; soient* $X = 0$, $Y = 0$ *les équations de ces deux droites réelles.*

M. Laguerre-Verly les nomme *directrices* relativement au point (α, β); l'équation $(y-\beta)^2 + (x-\alpha)^2 = \lambda XY$, où λ est une constante arbitraire, représente le faisceau de coniques qui passent par les quatre points imaginaires, et par conséquent aussi la conique $\varphi = 0$; et l'on en conclut que le carré de la distance d'un point quelconque de la conique au point (α, β), divisé par le produit des distances de ce point de la conique aux deux directrices, donne un quotient constant λ : c'est le théorème VIII. Ensuite, à l'aide de considérations homographiques, M. Laguerre-Verly établit le théorème :

Soit F *un point fixe pris dans le plan d'une conique,* A *et* A' *deux points fixes sur cette conique; un angle dont les côtés passent constamment par ces points et dont le sommet se meut sur la conique, intercepte, sur* *une des droites directrices correspondantes au point* F, *un segment vu de ce point* F *sous un angle constant.*

Et l'auteur énonce aussi le cas où F est un foyer, et celui où la corde AA′ passe par le point F.

Note du Rédacteur. Nous saisissons avec empressement cette occasion de rapporter l'attention sur un des plus beaux travaux qu'on ait faits sur les coniques, travail fondé sur une conception neuve, sur une idée créatrice, chose si rare. Le profond penseur avait promis une suite : c'était en 1853. Nous sommes en 1858.