Nouvelles annales de mathématiques

Une propriété des normales de l'ellipse ; d'après M. Otto Böklen, de Sulz (Wurtemberg)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 356-358

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__356_2>

UNE PROPRIÉTÉ DES NORMALES DE L'ELLIPSE;

D'APRÈS M. OTTO BÖKLEN, DE SULZ (WURTEMBERG).

Soit O le centre d'une ellipse; $OA = a =$ demi grand axe; $OB = b =$ demi petit axe; par un point quelconque M de l'ellipse, on mène une normale rencontrant le grand axe en P et le petit axe en Q; par ce point Q, on mène une droite QL telle, que l'on ait

$$\frac{\text{tang OQL}}{\text{tang OQP}} = \frac{a}{b};$$

(*) On n'insérera pas de démonstration.

L étant situé sur le grand axe, on a

$$QL = \frac{a^2 - b^2}{b}.$$

Cette propriété sert à résoudre ces trois problèmes : 1° inscrire dans un angle *droit* une droite de longueur donnée et passant par un point fixe ; 2° mener une normale à l'ellipse ; 3° trisecter un angle. Inutile d'avertir des *géomètres* qu'il ne peut s'agir de constructions *géométriques*.

La connexion entre le problème III et le problème I s'établit ainsi : soit le secteur circulaire GHE, H le centre et GE l'arc qu'il faut trisecter ; prolongeons le rayon EH jusqu'à ce qu'il rencontre de nouveau la circonférence en K ; menons le diamètre MHN, qui bissecte l'angle GHK ; menons par K une corde KO qui coupe le diamètre bissecteur MN en un point α tel, que l'on ait

$$O\alpha = OH ;$$

alors

$$\text{arc GO} = \frac{1}{3} \text{ arc GE}.$$

Or l'angle MON est droit ; les angles NOK, MOK sont connus, ainsi que la droite $O\alpha$ égale au rayon HE, et $MN = 2O\alpha$; cela revient donc à mener par un point donné dans un angle droit une droite égale au double de la distance du point au sommet de l'angle droit, ce qui s'obtient par le problème I.

Le problème I se résout géométriquement lorsque le point est situé sur une bissectrice de l'angle droit, et dans ce cas les deux autres problèmes sont aussi susceptibles d'une solution géométrique, c'est-à-dire on peut géométriquement trouver le tiers d'un angle droit, et mener une normale à l'ellipse par un point situé sur les diamètres conjugués égaux de l'ellipse.