NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BARDIN

Solution de la question 420

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 319-321

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__319_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 420

(voir p. 32);

Par M. BARDIN,
Élève de l'Ecole secondaire de Tournus (classe de M. Andanson).

(Kepler, *Astronomia nova.*)

La résolution des triangles ABC, ACD (trigonométrie) nous donne les angles ABC que je nomme B, ACB, ACD dont je nomme la somme C, et les côtés BC que j'appelle b, CD que j'appelle c. Je les considère comme déjà connus. Je nommerai r chacun des rayons égaux OB, OC, OD, o l'angle AOB, e l'excentricité AO, à trouver. Je prendrai pour inconnues auxiliaires, γ l'angle OCD formé par le rayon OC et le côté CD, ε l'angle ABO formé par le rayon OB et le côté AB.

Cela posé, remarquons que

$$\frac{b}{2} = r\cos.(c - \gamma) = r(\cos.C\cos.\gamma + \sin C \sin\gamma),$$

et

$$\frac{c}{2} = r\cos\gamma,$$

d'où

$$r = \frac{c}{2\cos\gamma}. \tag{1}$$

Substituant dans l'équation précédente, il vient

$$b = c(\cos.C + \sin C \operatorname{tang}\gamma),$$

d'où

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{b - c\cos.C}{c\sin C};$$

posant

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{c \cos . C}{b},$$

on a

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{b \sin \left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)}{c \sin C \cos \frac{\pi}{4} \cos \varphi};$$

γ étant connu, l'équation (1) donne la valeur de r.

Alors, en observant que

$$OBC = BCO = C - \gamma,$$

et que par suite

$$\varepsilon = B + \gamma - C,$$

on voit que dans le triangle AOB on connaît

$$AB = a, \quad OB = r,$$

et enfin

$$\varepsilon = B + \gamma - C.$$

On n'a plus qu'à résoudre ce triangle à l'instar des deux autres.

On obtient ainsi l'angle o et l'excentricité e.

Tous calculs faits, on trouve

$$r = 106485,$$
$$o = 152^\circ\ 25'\ 50'',$$
$$e = 61082.$$

Je placerai comme points de repère, les principaux résultats intermédiaires

$$B = 78^\circ\ 44'\ \ 0'',$$
$$ACB = 74^\circ\ 10'\ 43'',$$
$$b = 77193,4;$$

$$ACD = 31^\circ\ \ 8'\ 39'',$$
$$ADC = 34^\circ\ 49'\ \ 9'',$$
$$c = 171048.$$

$$\varphi = 30^\circ\ 20'\ 49'',$$
$$\gamma = 36^\circ\ 34'\ 16'',$$
$$\text{ABO} = 9^\circ\ 58'\ 54'',$$
$$\text{BAO} = 17^\circ\ 35'\ 16''.$$

Remarque. Comme vérification, on peut calculer e au moyen du triangle AOC ou du triangle AOD. Pour la vérification de o, on peut remarquer que l'on doit avoir

$$\text{CAO} + \text{BAO} = \text{BAC}.$$

Note du Rédacteur. Képler fait ce calcul pour prouver que Mars ne peut se mouvoir dans un cercle. Les données se rapportent à trois observations de cette planète, réduites au mois d'octobre.

A est le lieu de l'observation (Prague, Observatoire de Tycho).
B est le lieu de Mars....... $5^\circ\ 24'\ 21''$. Balance.
C est le lieu de Mars....... $8^\circ\ 19'\ 4''$. Vierge.
D est le lieu de Mars....... $14^\circ\ 16'\ 52''$. Taureau.

Ce sont des observations réduites à l'écliptique pour l'équinoxe de 1590. Si l'orbite était un cercle, on devrait toujours trouver la même excentricité, n'importe les distances AB, AC, AD; or cela n'a pas lieu, car, en prenant le rayon OB = 100000, Képler trouve 9768 pour excentricité, et pour d'autres positions 9264; il conclut qu'il faut exclure le cercle, et finalement il parvient à l'ellipse.

Cet ouvrage, *Astronomia nova*, très-rare (*), est le chef-d'œuvre des chefs-d'œuvre. On voit ce que peut produire la réunion de ces trois qualités, grand astronome, grand géomètre, ami passionné et désintéressé de la science.

(*) Un exemplaire à la librairie de M. Mallet-Bachelier.