

GERONO

Questions d'examen (admissibilité à l'École polytechnique)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 314-315

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__314_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS D'EXAMEN

(Admissibilité à l'École Polytechnique).

I. Lorsque l'équation générale du second degré à trois variables

$$(1) \quad \begin{cases} ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy \\ + 2cx + 2c'y + 2c''z + d = 0, \end{cases}$$

représente un cylindre parabolique, la fonction homogène

$$ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy$$

formée des termes du second degré est un carré exact.

En effet, lorsque l'équation (1) représente un cylindre parabolique, on a (page 237)

$$a = \frac{b'b''}{b}, \quad a' = \frac{bb''}{b'}, \quad a'' = \frac{bb'}{b''}.$$

En remplaçant a , a' , a'' par ces valeurs dans la fonction,

$$ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy,$$

elle devient

$$\frac{b'b''}{b}x^2 + \frac{bb''}{b'}y^2 + \frac{bb'}{b''}z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy,$$

ou

$$bb'b'' \left(\frac{x}{b} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{b''} \right)^2.$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

En supposant toujours que l'équation (1) représente un cylindre parabolique, on voit, d'après ce qui précède, que cette équation revient à

$$\left(\frac{x}{b} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{b''} \right)^2 + \frac{1}{bb'b''} (2cx + 2c'y + 2c''z + d) = 0.$$

Elle résulte évidemment de l'élimination d'une indéterminée α , entre les équations

$$\begin{aligned} \frac{x}{b} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{b''} &= \alpha, \\ \frac{1}{bb'b''} (2cx + 2c'y + 2c''z + d) &= -\alpha^2. \end{aligned}$$

Ces deux dernières équations représentent, par conséquent, les génératrices rectilignes du cylindre parabolique. Ces génératrices sont parallèles à la droite

$$\frac{x}{b} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{b''} = 0, \quad 2cx + 2c'y + 2c''z + d = 0.$$

G.

La suite prochainement.