GERONO

Questions d'examen (admissibilité à l'École polytechnique)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 314-315

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__314_1>

QUESTIONS D'EXAMEN

(Admissibilité à l'École Polytechnique).

I. *Lorsque l'équation générale du second degré à trois variables*

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy \\ + 2cx + 2c'y + 2c''z + d = 0, \end{array}\right.$$

représente un cylindre parabolique, la fonction homogène

$$ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy$$

formée des termes du second degré est un carré exact.

En effet, lorsque l'équation (1) représente un cylindre parabolique, on a (page 237)

$$a = \frac{b'b''}{b}, \quad a' = \frac{bb''}{b'}, \quad a'' = \frac{bb'}{b''}.$$

En remplaçant a, a', a'' par ces valeurs dans la fonction,

$$ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy,$$

elle devient

$$\frac{b'b''}{b}x^2 + \frac{bb''}{b'}y^2 + \frac{bb'}{b''}z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy,$$

ou

$$bb'b''\left(\frac{x}{b}+\frac{y}{b'}+\frac{z}{b''}\right)^2.$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

En supposant toujours que l'équation (1) représente un cylindre parabolique, on voit, d'après ce qui précède, que cette équation revient à

$$\left(\frac{x}{b}+\frac{y}{b'}+\frac{z}{b''}\right)^2+\frac{1}{bb'b''}\left(2cx+2c'y+2c''z+d\right)=0.$$

Elle résulte évidemment de l'élimination d'une indéterminée α, entre les équations

$$\frac{x}{b}+\frac{y}{b'}+\frac{z}{b''}=\alpha,$$

$$\frac{1}{bb'b''}\left(2cx+2c'x+2c''z+d\right)=-\alpha^2.$$

Ces deux dernières équations représentent, par conséquent, les génératrices rectilignes du cylindre parabolique. Ces génératrices sont parallèles à la droite

$$\frac{x}{b}+\frac{y}{b'}+\frac{z}{b''}=0,\quad 2cx+2c'y+2c''z+d=0.$$

G.

La suite prochainement.