

GERONO

Question d'examen (admissibilité à l'École navale)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 305-307

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__305_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN

(Admissibilité à l'École Navale).

Sachant que le volume d'un segment sphérique à une base est une fonction entière du troisième degré de la hauteur du segment, déterminer cette fonction.

Soient h la hauteur du segment et r le rayon de la

sphère. Quand $h = 0$, le volume du segment est nul ; donc, la fonction cherchée est de la forme $Ah^3 + Bh^2 + Ch$; c'est-à-dire qu'elle ne renferme aucun terme indépendant de h . Il est de plus à remarquer que le coefficient C de la première puissance de h ne peut être négatif, car, en donnant à h une valeur positive suffisamment petite, le signe de $Ah^3 + Bh^2 + Ch$ est le même que celui de C .

Cela posé, considérons un cylindre ayant même base et même hauteur que le segment, son volume aura pour expression $2\pi rh^2 - \pi h^3$. Et, comme le segment est entièrement contenu dans l'intérieur du cylindre, il en résulte l'inégalité

$$Ah^3 + Bh^2 + Ch < 2\pi rh^2 - \pi h^3,$$

d'où

$$C < 2\pi rh - \pi h^3 - Ah^2 - Bh.$$

Si l'on fait converger h vers zéro, le second membre de cette inégalité devient moindre que toute quantité positive donnée, donc $C = 0$.

Pour déterminer les valeurs de A et B , on remarquera qu'en remplaçant successivement h par r et $2r$, le volume du segment prend les valeurs $\frac{2}{3}\pi r^3$, $\frac{4}{3}\pi r^3$; de sorte qu'on a

$$Ar^3 + Br^2 = \frac{2}{3}\pi r^3, \quad \text{et} \quad 8Ar^3 + 4Br^2 = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

ou

$$Ar + B = \frac{2}{3}\pi r \quad \text{et} \quad 2Ar + B = \frac{\pi r}{3}.$$

Ces dernières équations donnent

$$A = -\frac{\pi}{3}, \quad B = \pi r.$$

Par conséquent, la fonction cherchée est

$$\pi r h^2 - \frac{1}{3} \pi h^3.$$

Note. Cette question a été, il y a quelques années, adressée plusieurs fois par M. Comte à des candidats pour l'admission à l'École Polytechnique, aucun d'eux ne l'a résolue (*). Il n'existait alors aucun *Programme officiel*; les questions de fantaisie avaient un libre cours. Je crois qu'elles n'ont jamais servi à éclairer le jugement de MM. les Examineurs sur l'intelligence et l'instruction des candidats qu'ils ont examinés. Je reviendrai sur ce sujet.

G.
