Nouvelles annales de mathématiques

G. Foucaut

Construction mécanique de la parabole cubique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 274-275
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__274_1>

CONSTRUCTION MÉCANIQUE DE LA PARABOLE CUBIQUE;

PAR M. G. FOUCAUT,
Ancien élève de l'École Polytechnique.

Note du Rédacteur. La construction proposée par M. Foucaut est fondée sur les considérations suivantes :

Soit

$$y = gx^3$$

l'équation de cette parabole, axes OX, OY rectangulaires.

$$\text{OP} = x', \quad \text{PM} = y'$$

sont les ordonnées d'un point M de la courbe ; la tangente en M fait avec l'abscisse un angle dont la tangente trigonométrique est égale à $3gx'^2$ et rencontre l'axe des abscisses en un point N tel, que $\text{ON} = \frac{2}{3}\text{OP}$; concevons la parabole conique $y = 3gx^2$; elle coupe l'ordonnée PM en un point E, dont les coordonnées sont x' et $3gx'^2$; la tangente en E de cette parabole rencontre l'axe des abscisses en N_1, et l'on a

$$ON_1 = \frac{1}{2} x'.$$

Élevant en N_1 une perpendiculaire à EN_1, elle coupe l'axe des y en un point F, foyer de la parabole, et l'on a

$$OF = \frac{g}{12}.$$

De là découle cette construction mécanique. On détermine les points F et N_1 ; en N_1 on place le sommet d'une équerre ; on la tourne jusqu'à ce qu'une branche passe par F ; alors l'autre branche coupera l'ordonnée PM en E ; par le point E on mène une *droite* faisant avec l'axe des x un angle dont la tangente soit égale à $3gx'^2$; il suffit de porter PQ = 1 sur l'axe des abscisses et de mener EQ ; par N on mène une parallèle à cette droite EQ ; elle coupe l'ordonnée au point M, qui appartient à la parabole cubique ; et cette droite NM est tangente à la courbe ; il est donc facile de la tracer.

On choisit l'unité de l'échelle, de manière que les constructions ne tombent pas hors du papier.

On peut éviter l'échelle, en rendant l'équation homogène sous cette forme

$$a^3 y = gx^3.$$

On sait que la parabole cubique est la développée d'une parabole conique. Aussi est-elle rectifiable. C'est même la première courbe qu'on ait su rectifier. Chez les Anglais, elle porte le nom de *parabole de Neil*, nom d'un jeune gentilhomme anglais, premier *rectificateur* (1657) (*).

(*) Guillaume Neil, fils de l'écuyer Paul, ne connaissait pas la courbe qu'il venait de rectifier. C'est Wallis qui a trouve que c'etait une parabole cubique. (Wallis, *Algebra*, p. 319, édit. 1685.)