ALBERT BERGIS

Solution de la question 431 (Prouhet)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 263-264

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__263_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 431 (PROUHET)

(voir p. 185),

PAR M. ALBERT BERGIS,
Élève de seconde au lycée Charlemagne (classe de M. Rouche).

ABCDEF *est un hexagone inscrit dans une circonférence. Si l'on pose*

$$AB = a,\quad CD = b,\quad EF = c,$$
$$DE = a',\quad FA = b',\quad BC = c',$$
$$CF = A,\quad BE = B,\quad AD = C,$$

on aura

$$A.B.C = aa'A + bb'B + cc'C + abc + a'b'c'.$$

Désignons par

$$B',\quad C',\quad D',\quad E',\quad F',\quad A',$$

les diagonales

$$AC,\quad BD,\quad CE,\quad DF,\quad EA,\quad FB.$$

Le théorème de Ptolémée, appliqué successivement aux quadrilatères inscrits CEBF, BCAF, ABCD, BCDE, donne

$$(1)\qquad D'.A' = A.B - c.c',$$
$$(2)\qquad A'B' = b'c' + aA,$$
$$(3)\qquad B'C' = ab + c'C.$$
$$(4)\qquad C'D' = a'c' + bB.$$

En multipliant (1) par (3) et (2) par (4), on obtient pour le produit

$$A'.B'.C'.D',$$

les deux valeurs

$$(ab + c'C)(AB - cc'),$$
$$(b'c' + aA)(a'c' + bB),$$

qu'il suffit d'égaler pour trouver, réductions faites, la relation à démontrer.

Note. M. L.-M.-A.-G. Andanson, professeur à Tournus, constate qu'il n'existe que deux systèmes distincts de trois quadrilatères qui mènent chacun au but.

MM. L. Brault (institution Barbet), L. Chaillot (classe de M. Lenglier, lycée de Versailles), H. Hermary (lycée de Saint-Omer, classe de M. Souillart), Mendes (lycée Saint-Louis, classe de M. Briot), J. Grouvelle (lycée Louis-le-Grand, classe de M. Vieille), ont résolu la question de la même manière.