NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ABEL DE BOISCHEVALLIER

Solution de la question 428 (Vannson)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 177-178

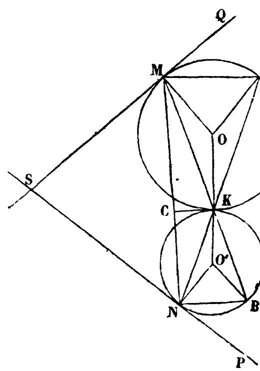
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__177_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 428 (VANNSON)

(voir p. 45);

PAR M. ABEL DE BOISCHEVALLIER,
Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Faurie).

Soient O, O′ deux cercles se touchant extérieurement et satisfaisant aux trois conditions énoncées. Les triangles



isocèles MKO, BKO′ étant équiangles, MO et BO′ sont parallèles ; de même OA est parallèle à O′N, et l'on a

$$MOA = NO'B = QSP$$

(angles de même espèce dont les côtés sont perpendiculaires). Dans le triangle isocèle O′NB, l'angle à la base est le complément de la moitié de l'angle QSP ; il en résulte

$$BNP = \frac{QSP}{2}.$$

Donc NB est parallèle à la bissectrice de l'angle QSP ; pareillement MA est parallèle à cette bissectrice.

Si par le point K on mène KC parallèle à la bissectrice de QSP, on a

$$\frac{MC}{CN}=\frac{MK}{BK}=\frac{OK}{O'K}=\frac{a}{b}.$$

C s'obtient en divisant MN en deux segments dont le rapport est $\frac{a}{b}$, et le point K se trouve sur la parallèle menée par le point C à la bissectrice de QSP.

En outre

$$NKM = 2^d - NKB = 2^d - \frac{QSP}{2};$$

donc en décrivant sur MN un segment capable de l'angle $2^d - \frac{QSP}{2}$, on a un second lieu du point de contact des deux cercles.

Construction. On joint les deux points donnés, sur la droite tracée on décrit un segment de cercle capable du supplément de la moitié de l'angle des deux droites; on partage la droite qui limite les points donnés sur les deux droites en deux segments additifs proportionnels aux nombres donnés a, b. Par le point ainsi obtenu, on mène une parallèle à la bissectrice, et son intersection avec la circonférence détermine le point de contact des deux cercles. En joignant les points donnés à cette intersection et prolongeant jusqu'à la rencontre des parallèles à la bissectrice menée par ces mêmes points, on forme deux triangles inscrits dans les cercles cherchés.