SAUGE

CLUTE

Question proposée aux examens d'admission à l'école navale (1856)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 98-100

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__98_1>

QUESTION PROPOSÉE AUX EXAMENS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NAVALE (1856);

RÉSOLUE PAR MM. SAUGE ET CLUTE,
Élèves de l'Institution Loriol.

Trouver deux nombres entiers dont le rapport soit égal à la différence.

SOLUTION DE M. SAUGE.

J'appelle x et y les nombres cherchés. On aura

$$\frac{x}{y} = x - y,$$

d'où

$$x = \frac{y^2}{y - 1}.$$

Actuellement je pose

$$y - 1 = a.$$

Il en résultera

$$x = \frac{(a+1)^2}{a} = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = a + 2 + \frac{1}{a}$$

Or x doit être entier, donc $\frac{1}{a}$ est entier : il s'ensuit

$$a = 1,$$

et, par conséquent,

$$y = 2, \quad x = 4.$$

SOLUTION DE M. CLUTE.

L'équation

$$\frac{x}{y} = x - y$$

donne

$$x = \frac{y^2}{y-1}.$$

De ce que x est entier, il résulte que $y - 1$ doit diviser y^2. Or $y - 1$ est premier avec y qui est le nombre entier immédiatement supérieur à $(y - 1)$. Il s'ensuit que $y - 1$ est premier avec y^2. Donc $y - 1$ ne peut diviser y^2 qu'autant que $y - 1$ est égal à 1. D'où

$$y = 2,$$

et, par conséquent,

$$x = 4.$$

Note. L'équation générale est

$$x(y + a) = f(y),$$

a est un nombre et f désigne une fonction entière à coefficients entiers. L'opération $\frac{f(y)}{y+a}$ amène le résidu fractionnaire $\frac{p}{y+a}$, et il y a autant de solutions que le nombre entier p a de diviseurs, l'unité comprise. Tm.