A. GENOCCHI

Théorème de M. Brioschi (voir t. XV, p. 366)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 95-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__95_0>

THÉORÈME DE M. BRIOSCHI

(voir t. XV, p. 366);

PAR M. A. GENOCCHI.

La question générale de M. Brioschi se résout bien facilement.

Soit une équation algébrique

$$f(x) = x^n - ax^{n-1} + \ldots \pm l = 0;$$

soient α et β deux de ses racines, p la somme de toutes les autres, q leur produit, r le produit des différences de ces $n-2$ racines prises deux à deux; soient s et t les produits formés avec les différences entre α ou β et chacune des autres $n-2$ racines; enfin désignons par Δ le produit des carrés des différences de toutes les n racines deux à deux, et par $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$. Nous aurons

$$(1) \qquad \alpha + \beta = a - p, \quad \alpha\beta = \frac{l}{q},$$

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} f'(\alpha) &= (\alpha - \beta)s, \\ f'(\beta) &= (\beta - \alpha)t, \\ \sqrt{\Delta} &= (\beta - \alpha)rst. \end{aligned} \right.$$

Ces équations donnent

$$r\frac{f'(\alpha)f'(\beta)}{\sqrt{\Delta}} = \alpha - \beta;$$

mais $f'(\alpha), f'(\beta)$ étant une fonction symétrique entière de α et β, s'exprimera rationnellement à l'aide des équa-

---

situées à l'infini; on ne saurait en faire abstraction dans l'analyse. Il serait intéressant et facile d'étendre ces recherches aux surfaces TM.

tions (1). On aura donc

$$\alpha + \beta \quad \text{et} \quad \alpha - \beta,$$

et, par suite, α et β exprimés rationnellement en fonction des autres racines : ces racines y entreront par l'intermédiaire des trois fonctions p, q, r, dont les deux premières sont symétriques, et la troisième n'a que deux valeurs égales, mais de signes contraires.

Pour l'équation du troisième degré, on n'a qu'à faire

$$a = 0, \quad p = q = i, \quad r = \pm 1,$$

i désignant une des racines.