DE BUSSIÈRE

Démonstration du théorème 334 (Mannheim)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 52-53

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__52_1>

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME 334 (MANNHEIM)

PAR M. DE BUSSIÈRE,
Élève à l'École préparatoire de Sainte-Barbe.

Étant donnés un triangle ABC et un point quelconque O dans l'intérieur du triangle, on mène les transversales AOa, BOb, COc : on a l'identité

$$\frac{1}{AOb} + \frac{1}{BOc} + \frac{1}{COa} = \frac{1}{AOc} + \frac{1}{BOa} + \frac{1}{COb}.$$

Cette proposition n'est à proprement parler qu'un corollaire du théorème de M. Mannheim (*Nouvelles Annales*, t. XV, p. 383). En considérant les transversales BOb et COc, on a

$$\frac{1}{AOb} + \frac{1}{AOB} = \frac{1}{AOc} + \frac{1}{AOC}.$$

De même

$$\frac{1}{\mathrm{BO}c}+\frac{1}{\mathrm{BOC}}=\frac{1}{\mathrm{BO}a}+\frac{1}{\mathrm{BOA}},$$

$$\frac{1}{\mathrm{CO}a}+\frac{1}{\mathrm{COA}}=\frac{1}{\mathrm{CO}b}+\frac{1}{\mathrm{COB}};$$

additionnant et réduisant les termes semblables, il vient

$$\frac{1}{\mathrm{AO}b}+\frac{1}{\mathrm{BO}c}+\frac{1}{\mathrm{CO}a}=\frac{1}{\mathrm{AO}c}+\frac{1}{\mathrm{BO}a}+\frac{1}{\mathrm{CO}b}\ (^*).$$