

BOURDELLES

## **Solution de la question 348 (Mannheim)**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16 (1857), p. 50-52

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_50\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__50_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## SOLUTION DE LA QUESTION 548 (MANNHEIM)

(voir t. XV, p. 407.)

PAR M. BOURDELLES,

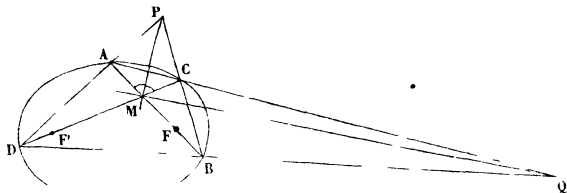
élève du Lycée Saint-Louis (classe de M. Briot).

---

Étant donnée une conique dont les foyers sont  $F$  et  $F'$  et un point quelconque  $M$  dans l'intérieur de cette conique; si l'on mène  $MF$  rencontrant la conique en  $A$  et  $B$ , et  $MF'$  rencontrant la conique en  $C$  et  $D$ , on aura

$$\frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} = \frac{1}{MC} + \frac{1}{MD}.$$

Lorsque le point  $M$  est intérieur, les sommes sont remplacées par des différences.



Soit  $P$  le point d'intersection des droites  $AD$  et  $CB$ , soit  $Q$  celui des droites  $AC$  et  $DB$ , joignons le point  $M$  aux points  $P$  et  $Q$ .

Si l'on remarque qu'il résulte de la construction précédente que  $PM$  est la polaire du point  $Q$ , que  $MQ$  est celle du point  $P$ , et que les droites  $MA, MP, MC, MQ$  forment un faisceau harmonique, comme ces droites  $MA$  et  $MC$  passent chacune par un foyer de la section conique, les droites  $MP$  et  $MQ$  sont rectangulaires; elles sont donc les bissectrices des angles formés au point  $M$  par les droites  $AB$  et  $DC$ .

En vertu de la proposition énoncée par  $M. Mannheim$  (*Nouvelles Annales*, tome  $XV$ , p. 383), si l'on considère l'angle  $P$  et les transversales  $DC$  et  $AB$ , on a

$$\frac{1}{PMA} + \frac{1}{PMB} = \frac{1}{PMC} + \frac{1}{PMD},$$

ou bien, en exprimant les surfaces de ces triangles en fonction de deux côtés et de l'angle compris par ces côtés, on aura

$$\frac{1}{MP \sin PMA} \left( \frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} \right) = \frac{1}{MP \sin PMC} \left( \frac{1}{MC} + \frac{1}{MD} \right),$$

et comme les angles  $AMP, PMC$  sont égaux, en multipliant les deux membres de l'égalité précédente par les quantités

égales

$$MP \sin PMA = MP \sin PMC,$$

on obtient

$$\frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} = \frac{1}{MC} + \frac{1}{MD}.$$

C. Q. F. D.

Si le point M est extérieur, il est évident que la somme serait remplacée par la différence, car alors on partirait de la relation

$$\frac{1}{PMA} - \frac{1}{PMB} = \frac{1}{PMC} - \frac{1}{PMD}.$$

La propriété subsiste pour une conique quelconque.

---



---