TRAVERSE

Solution de la question 391 (Prouhet)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 462-463

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__462_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 391 (PROUHET)

(voir page 311),

PAR M. TRAVERSE,

Elève de l'institution Favart (classe de M. Colombier).

Désignons par a le rapport de DC à DE et par θ l'angle D. Je construis le triangle ADB : ce qui fait connaître les positions des trois sommets A, B, D du pentagone. Des points A, B comme centres, et avec des rayons respectivement égaux à AE, BC, je décris des circonférences. Je joins le point D à un point quelconque K pris sur l'une de ces circonférences, sur la circonférence A par exemple, et je détermine le point M de manière que l'on ait

$$\widehat{KDM} = \theta \quad \text{et} \quad \frac{DM}{DK} = a.$$

Le lieu des points tels que M est toujours une ligne semblable à celle qui a servi à la construire. Dans le cas actuel, ce lieu est une circonférence. Pour la déterminer, en grandeur et en position, prenons DH et HI de telle sorte que $\frac{DH}{DA} = a = \frac{HI}{AE}$ (*). Menons DF de manière que l'angle ADF soit égal à θ; puis prenons DF égal à DH. Le point F ainsi déterminé sera le centre de cette circonférence, et son rayon sera égal à HI.

(*) HI est parallèle à AE et I est sur le côté DE. TM.

La circonférence F coupe, je suppose, en deux points C et C′ la circonférence B. Prenons un quelconque de ces deux points, c par exemple, pour quatrième sommet du pentagone. Je mène la droite DN faisant avec DC un angle égal à θ. La droite DC et la circonférence F auront autant de points communs que la droite DN et la circonférence A. En supposant que DC ait deux points communs avec la circonférence F, j'appelle E celui des deux points d'intersection de DN avec la circonférence A qui satisfait à $\frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{DE}} = a$. Le point E sera le cinquième sommet du pentagone demandé.

Scolie. Le nombre de points communs aux circonférences B et F donne le nombre des solutions du problème.