

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 390-392

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__390_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

 QUESTIONS.

396. Par le sommet A d'un triangle plan ABC, mener une droite telle, que les perpendiculaires BB', CC' abaissées respectivement des sommets B et C sur cette droite, forment deux triangles rectangles ABB', ACC' équivalents.

397. Discuter la courbe du quatrième degré donnée par l'équation

$$y = \sqrt{ax} + \sqrt{ax - x^2}.$$

(MONTUCCI.)

398. Soient donnés un tétraèdre quelconque $abcd$ et dans son intérieur un point o tel, que les droites oa , ob , oc déterminent un angle trirectangle; je prolonge les droites oa , ob , oc , od jusqu'en a' , b' , c' , d' , où elles coupent les faces opposées aux points a , b , c , d . On a

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{oa} + \frac{1}{oa'}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{ob} + \frac{1}{ob'}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{oc} + \frac{1}{oc'}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{od} + \frac{1}{od'}\right)^2}.$$

(MANNHEIM.) (*)

(*) Voici la rectification d'un énoncé qui n'a pas été exactement inséré en février 1856.

En conservant les notations employées, on doit lire

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a'}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right)^2 = \left(\frac{1}{o} + \frac{1}{o'}\right)^2,$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a'}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}\right)^2}.$$

Cette dernière partie et le théorème sur le tétraèdre que je viens d'énoncer sont complètement analogues.

399. Les données restant les mêmes, je mène par le point o des plans parallèles aux faces du tétraèdre, ces plans déterminent dans chaque angle trièdre des parallépipèdes dont je désigne les volumes par P_a, P_b, P_c, P_d . On a

$$\left(\frac{oa}{P_a}\right)^2 + \left(\frac{ob}{P_b}\right)^2 + \left(\frac{oc}{P_c}\right)^2 = \left(\frac{od}{P_d}\right)^2.$$

(MANNHEIM.)

400. Soit u une fonction *rationnelle* et *entière* du degré n d'un nombre *quelconque* de variables x, y, z , etc., et soient du, d^2u, \dots, d^nu les différentielles successives qu'on obtient, mais en supposant que dx, dy, dz , etc., sont *constantes* (*). Formons l'équation

$$\begin{aligned} t^n d^n u + ut^{n-1} d^{n-1} u + n(n-1)t^{n-2} d^{n-2} u \\ + n.n-1.n-2 t^{n-3} d^{n-3} u + \dots \\ + n.n-1.n-2 \dots 2.tdu \\ + n.n-1.n-2 \dots 2.1 u = 0. \end{aligned}$$

Formons une fonction *symétrique quelconque* rationnelle et *entière* des *différences* des racines de cette équation; sa valeur est une fonction *entière* des coefficients $d^n u, d^{n-1} u, d^{n-2} u, \dots, du, u$, et par conséquent une fonction de $x, y, z, \dots, dx, dy, dz$; si l'on différentie cette dernière fonction en traitant dx, dy, dz, \dots , comme des constantes, on trouve un résultat *identiquement nul*.

(MICHAEL ROBERTS.)

*Note du Rédacteur.**Exemple.* Soit

$$n = 2$$

et

$$\begin{aligned} u &= ax^2 + by^2 + cz^2, \\ du &= 2(axdx + bydy + czdz), \\ d^2u &= 2(ax^2 + bdy^2 + cdz^2), \end{aligned}$$

(*) Alors du renferme dx, dy, dz, d^2u renferme dx^2, dy^2, dz^2 , etc., et $d^{n+1}u = 0$.

l'équation en t est

$$t^2 d^2 u + 2 t du + 2 u = 0.$$

Choisissons pour fonction symétrique la somme des carrés des différences des racines ; cette somme est

$$\begin{aligned} & 4 (du^2 - 2ud^2u) \\ = & -16 \left[\begin{array}{l} ab (x dy - y dx^2) + ac (x dz - z dx)^2 \\ + bc (y dz - z dy)^2 \end{array} \right]; \end{aligned}$$

différentiant cette valeur en regardant dx , dy , dz comme constants, le résultat est identiquement nul.
