

L. ARMEZ

Solution de la question 335

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 37-39

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__37_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

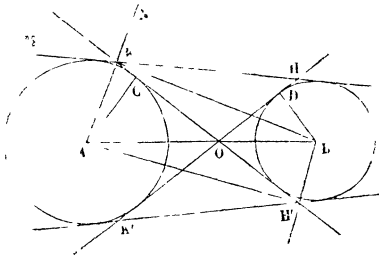
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 553

(voir. t. XV, p. 290).

PAR M. L. ARMEZ,
Élève du lycée Louis-le-Grand.

Soient A et B les centres des deux cercles donnés, KH' et HK' les tangentes intérieures communes, KH la tan-



gente extérieure commune aux deux cercles A et B; je mène les rayons AC, BD aux points de contact C et D de tangentes intérieures.

Les triangles semblables OAC, OBD donnent

$$\frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD};$$

on a d'ailleurs

$$\overline{OD}^2 = \overline{OB}^2 - \overline{BD}^2.$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, il vient

$$OC \cdot CD = \frac{AC}{BD} \cdot \overline{OB}^2 - AC \cdot BD$$

ou

$$OC \cdot OD + AC \cdot BD = \frac{AC}{BD} \cdot \overline{OB}^2$$

Mais on peut remplacer le rapport $\frac{AC}{BD}$ par le rapport $\frac{AO}{BO}$ qui lui est égal, et l'on a

$$(\alpha) \quad OC \cdot OD + AC \cdot BD = AO \cdot OB.$$

Cela posé, je joins le centre A au point K où se coupent la tangente extérieure KH et la tangente intérieure KH'; je mène également BH' du centre B au point d'intersection de KH' avec K' H' qui est une seconde tangente extérieure commune; j'achève le quadrilatère AKBH' et je remarque qu'il est inscriptible.

En effet. AK étant bissectrice de l'angle BKM, on a l'égalité d'angles

$$\begin{array}{l} \text{on a d'ailleurs} \quad AKH' = NKH \\ \quad \quad \quad \quad \quad BKH' = BKH \\ \text{d'où} \quad \quad \quad \quad \quad \underline{AKB = BKN} \end{array}$$

On démontrerait de la même manière que l'angle AH'B est droit.

Le quadrilatère AKBH' ayant deux angles opposés droits est inscriptible, et l'on a

$$AO \cdot OB = KO \cdot OH',$$

et comme OH = OH',

$$AO \cdot OB = KO \cdot OH.$$

Substituant au produit AO.OB dans l'égalité (α). le

produit $KO.OH$ qui lui est égal, on a

$$OC.OB + AC.BD = KO.OH.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Note. MM. Legrandais, élève du lycée Saint-Louis, A. Raimbeaux, le P. Rochette, S. J., et un anonyme ont résolu la question de la même manière.

Observation. M. Legrandais donne encore une solution trigonométrique.
