Nouvelles annales de mathématiques

L. Armez

# Solution de la question 335

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 16 (1857), p. 37-39

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__37_1>

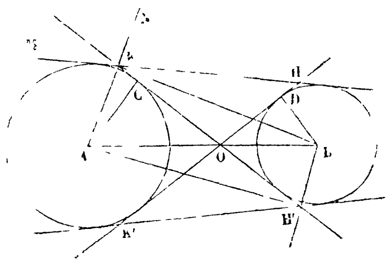
## SOLUTION DE LA QUESTION 333

(voir. t. XV, p. 290),

PAR M. L. ARMEZ,
Élève du lycée Louis-le-Grand.

---

Soient A et B les centres des deux cercles donnés, KH′ et HK′ les tangentes intérieures communes, KH la tan-



gente extérieure commune aux deux cercles A et B; je mène les rayons AC, BD aux points de contact C et D des tangentes intérieures.

Les triangles semblables OAC, OBD donnent

$$\frac{OC}{OD}=\frac{AC}{BD};$$

on a d'ailleurs

$$\overline{OD}^2=\overline{OB}^2-\overline{BD}^2.$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, il vient

$$OC.CD = \frac{AC}{BD} \cdot \overline{OB}^2 - AC.BD$$

ou

$$OC.OD + AC.BD = \frac{AC}{BD} \cdot \overline{OB}^2.$$

Mais on peut remplacer le rapport $\frac{AC}{BD}$ par le rapport $\frac{AO}{BO}$ qui lui est égal, et l'on a

$$(\alpha) \qquad OC.OD + AC.BD = AO.OB.$$

Cela posé, je joins le centre A au point K où se coupent la tangente extérieure KH et la tangente intérieure KH'; je mène également BH' du centre B au point d'intersection de KH' avec K' H' qui est une seconde tangente extérieure commune; j'achève le quadrilatère AKBH' et je remarque qu'il est inscriptible.

En effet. AK étant bissectrice de l'angle BKM, on a l'égalité d'angles

$$AKH' = NKH$$

on a d'ailleurs $\qquad BKH' = BKH$

d'où $\qquad AKB = BKN$

On démontrerait de la même manière que l'angle AH' B est droit.

Le quadrilatère AKBH' ayant deux angles opposés droits est inscriptible, et l'on a

$$AO.OB = KO.OH',$$

et comme $OH = OH'$,

$$AO.OB = KO\ OH.$$

Substituant au produit AO.OB dans l'égalité $(\alpha)$. le produit KO.OH qui lui est égal, on a

$$OC.OD + AC.BD = KO.OH.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

*Note.* MM. Legrandais, élève du lycée Saint-Louis, A. Raimbeaux, le P. Rochette, S. J., et un anonyme ont résolu la question de la même manière.

*Observation.* M. Legrandais donne encore une solution trigonométrique.