J. DE VIRIEU

Troisième solution de la question 389

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 375-376

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__375_1>

TROISIÈME SOLUTION DE LA QUESTION 389

(voir p. 369)

PAR M. J. DE VIRIEU,
Régent à Saumur

Soient m, n, p, q, r des nombres entiers positifs non nuls; si, $[m]$ représentant le produit des nombres entiers différents qui ne dépassent pas m, on convient de remplacer le symbole $[o]$ par 1 et $\frac{1}{[-m]}$ par zéro, on a

$$(1) \qquad \frac{d^n(x^m)}{dx^n} = \frac{[m]}{[m-n]} x^{m-n},$$

u et v étant fonctions de x, on a

$$(2) \qquad \frac{d^p(uv)}{dx^p} = \sum_{i=0}^{i=p} \frac{[p]}{[i][p-i]} \frac{d^i v}{dx^i} \cdot \frac{d^{p-i} u}{dx^{p-i}}.$$

Posons

$$u = x^q, \qquad v = x^r;$$

l'égalité (2), en divisant les membres par x^{q+r-p}, devient

$$\frac{[q+r]}{[q+r-p]} = \sum_{i=0}^{i=p} \frac{[p]}{[i][p-i]} \cdot \frac{[r]}{[r-i]} \cdot \frac{[q]}{[q-p+r]},$$

ou bien

$$\frac{[q+r]}{[q+r-p][p]} = \sum_{i=0}^{i=p} \frac{[r]}{[i][r-i]} \cdot \frac{[q]}{[p-i][q-p+i]},$$

en supposant égaux les nombres p, q, r

$$\frac{[2p]}{[p][p]} = \sum_{i=0}^{i=p} \left(\frac{[p]}{[i][p-i]}\right).$$

C. Q. F. D.