

E. DE JONQUIÈRES

**Cosmographie. Solution de la question 331**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16  
(1857), p. 354-357

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_354\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__354_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

**COSMOGRAPHIE.**  
**SOLUTION DE LA QUESTION 351**

(voir t. XV, p. 243);

PAR M. E. DE JONQUIÈRES,  
Lieutenant de vaisseau.

---

*Question.* Soient les jours relatifs au soleil vrai, au soleil fictif dans l'écliptique et au soleil fictif dans l'équateur. Quand ces jours considérés deux à deux sont-ils égaux? Quand les trois jours sont-ils égaux?

Soient  $E$  le nombre de secondes de temps qu'il faut ajouter à l'heure vraie pour avoir l'heure moyenne, c'est-à-dire l'équation du temps,  $\odot$  la longitude vraie du so-

leil et  $\alpha$  la longitude de l'apogée; on a

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} E = -462^s \sin (\odot - \alpha) - 593^s \sin 2 \odot \\ \quad - 3^s \sin 2 (\odot - \alpha) + 13^s \sin 4 \odot. \end{array} \right.$$

Cette formule a été donnée par Lagrange dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour 1772 et convient encore à l'époque actuelle, malgré les petites variations qu'ont éprouvées l'inclinaison et l'excentricité de l'orbite terrestre (\*).

Pour plus de simplicité, je négligerai les deux derniers termes qui sont très-faibles: l'erreur est insensible. Par exemple, pour le 28 janvier 1857 où l'on a

$$\odot = 308^{\circ} 34' 57'',$$

la formule, réduite à ses deux premiers termes, donne

$$E = 13^m 15^s, 8$$

au lieu de

$$13^m 17^s, 9$$

que donne la *Connaissance des Temps*.

Quand le jour vrai est égal en durée au jour moyen, la variation de l'équation du temps est évidemment nulle, c'est-à-dire qu'on a

$$\frac{dE}{d\odot} = 0$$

ou

$$231 \cos (\odot - \alpha) + 593 \cos 2 \odot = 0.$$

Développant  $\cos (\odot - \alpha)$  et  $\cos 2 \odot$ , puis ayant égard à la valeur de  $\alpha$  pour 1857, savoir

$$\alpha = 100^{\circ} 27' 51'',$$

(\*) A démontrer prochainement.

on trouve, par des calculs faciles,

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = \cos^4 \odot - 0,070749 \cdot \cos^3 \odot - 0,962064 \cos^2 \odot \\ \quad \quad \quad + 0,035374 \cdot \cos \odot + 0,213315. \end{array} \right.$$

Traitant cette équation complète du quatrième degré par la méthode ordinaire, on trouve pour équation transformée, c'est-à-dire privée du second terme,

$$y^4 = 0,963941 y^2 + 0,001298 y + 0,213639 = 0$$

dont les quatre racines sont réelles et donnent pour celles de l'équation (2) les quatre valeurs

$$\begin{array}{l} + 0,804979, \\ + 0,604585, \\ - 0,570884, \\ - 0,767932 \end{array}$$

dont la somme est 0,070748, exacte à 0,000001 près, et dont le produit est 0,21336 à 4 cent-millièmes près.

Ces nombres sont les cosinus des longitudes ci-après, respectivement

$$\begin{array}{l} 323^{\circ} 36' 30'' \\ 52.48. 3 \\ 124.48 43 \\ 219.49.53 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{qui correspondent en nombres} \\ \text{ronds aux} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 11 \text{ février.} \\ 13 \text{ mai.} \\ 27 \text{ juillet.} \\ 2 \text{ novembre.} \end{array} \right.$$

Tels sont donc les quatre jours de l'année où il y a actuellement égalité entre les jours vrais et moyens. Il s'agit de faire la même chose pour le jour moyen et le jour fictif.

Le soleil fictif  $S'$  et le soleil moyen  $S''$  ayant un mouvement égal, le premier sur l'écliptique, le second sur l'équateur, et passant ensemble au point vernal, l'ascension droite de  $S''$  égale toujours la distance de  $S'$  à l'équinoxe que je désignerai par  $\odot'$ . On a donc, en désignant

( 357 )

par  $\odot''$  l'ascension droite de  $S'$ ,

$$\operatorname{tang} \odot' = \frac{\operatorname{tang} \odot''}{\cos \omega};$$

$\omega$  obliquité de l'écliptique =  $23^{\circ} 27' 29''{,}6$ . D'où l'on tire

$$\operatorname{tang}(\odot' - \odot'') = \frac{(1 - \cos \omega)}{\cos \omega} \cdot \frac{\operatorname{tang} \odot''}{1 + \frac{\operatorname{tang}^2 \odot''}{\cos \omega}}.$$

Quand le jour moyen est égal au jour fictif, on a évidemment

$$\frac{d(\odot' - \odot'')}{d\odot''} = 0,$$

c'est-à-dire

$$\operatorname{tang} \odot'' = \pm \sqrt{\cos \omega} \quad \text{et} \quad \operatorname{tang} \odot' = \pm \frac{\sqrt{\cos \omega}}{\cos \omega}.$$

Donc il y a égalité des jours moyen et fictif quand la longitude *moyenne* du soleil a les quatre valeurs suivantes

$$46^{\circ} 14' 7'', \quad 133^{\circ} 45' 53'', \quad 226^{\circ} 14' 7'', \quad 313^{\circ} 45' 53'',$$

qui, en ayant égard à l'équation du centre, correspondent aux longitudes *vraies*

$$47^{\circ} 46' 42'', \quad 132^{\circ} 43' 34'', \quad 224^{\circ} 39' 11'', \quad 314^{\circ} 50' 20'',$$

lesquelles ont lieu vers le

8 mai,    5 août,    6 novembre,    3 février

Si l'on compare ces dates aux précédentes, on voit qu'il n'y a rigoureusement aucun jour dans l'année où les trois jours soient égaux entre eux, mais qu'ils approchent beaucoup de l'égalité le 10 mai et le 4 novembre, et qu'ils diffèrent peu les uns des autres vers le 7 février et le 1<sup>er</sup> août. C'est ce qu'il s'agissait de trouver.

*La suite prochainement.*

---