

H. ROCHETTE

Solution de la question 370

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 336-337

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__336_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 370

(voir page 127);

PAR LE P. H. ROCHETTE, S. J.

Soit un déterminant complet dans lequel les éléments conjugués sont des nombres imaginaires conjugués et les éléments principaux des nombres réels. Le déterminant est réel.

Un déterminant du second ordre ainsi composé est évidemment réel; nous allons montrer que le théorème étant vrai pour un déterminant de l'ordre $m - 1$ l'est aussi pour celui de l'ordre n . Soit Δ un déterminant de l'ordre n satisfaisant aux conditions indiquées; développons-le suivant les éléments de la dernière colonne et

suivant ceux de la dernière ligne, nous aurons

$$2A = a_{1,n} \alpha_{1,n} - a_{2,n} \alpha_{2,n} + \dots \pm a_{n,n} \alpha_{n,n} \\ + a_{n,1} \alpha_{n,1} - a_{n,2} \alpha_{n,2} + \dots \pm a_{n,n} \alpha_{n,n},$$

en représentant, pour abrégér, par $\alpha_{r,s}$, ce que devient le déterminant A lorsqu'on y efface les éléments de la $r^{\text{ième}}$ ligne et ceux de la $s^{\text{ième}}$ colonne. On remarquera que d'après la composition du déterminant A, $\alpha_{s,r}$ s'obtient en changeant dans $\alpha_{r,s}$, $i = \sqrt{-1}$ en $-i$.

Par conséquent, pour

$$\alpha_{r,s} = P + Qi,$$

on aura

$$\alpha_{s,r} = P - Qi.$$

De même à une valeur de

$$a_{r,s} = p + qi$$

correspond une valeur de

$$a_{s,r} = p - qi.$$

On aura donc en général

$$a_{r,s} \alpha_{r,s} + a_{s,r} \alpha_{s,r} = 2pP + 2qQ.$$

Enfin $a_{n,n} \alpha_{n,n}$ est aussi réel, puisque par hypothèse l'élément $a_{n,n}$ est réel ainsi que le déterminant du $(n-1)^{\text{ième}}$ ordre $\alpha_{n,n}$. Donc, etc.
