Nouvelles annales de mathématiques

Combescure

Solution de la question 389

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 296-297

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__296_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 389

(voir page 184).

PAR M. COMBESCURE,
Professeur à Montpellier.

Soit

$$(a)\qquad (x + x^{-1})^r = x^r + A_1 x^{r-2} + A_2 x^{r-4} + \ldots + A_2 x^{-(r-4)} + A_1 x^{-(r-2)} + x^{-r},$$

les A désignent les coefficients binomiaux.

Si l'on élève le deuxième membre au carré, le terme indépendant de x sera évidemment

$$2(1 + A_1^2 + A_2^2 + \ldots),$$

on aura donc

$$\Sigma A_i^2 = \text{le coefficient moyen de } (x + x^{-1})^{2r}$$
$$= \frac{2r.2r-1\ldots r+1}{1.2\ldots r} = \frac{2r!}{(r!)^2}.$$

On peut trouver d'autres relations en cherchant le coefficient d'une puissance déterminée de x dans le carré du second membre de (a) et le comparant au coefficient de la même puissance de x dans $(x+x^{-1})^{2r}$. On fournirait encore d'autres relations en élevant les deux membres de (a) à une puissance indéterminée ou en multipliant cette même équation par d'autres équations analogues où l'on changerait r en d'autres indéterminées.